ES6

Diseño Curricular para la Educación Secundaria

Matemática Ciclo Superior

6º año

Dirección General de Cultura y Educación

Buenos Aires La Provincia

Diseño Curricular para la Educación Secundaria 6º año: Matemática-Ciclo Superior / coordinado por Claudia Bracchi y Marina Paulozzo - 1ª ed. - La Plata: Dirección General de Cultura y Educación de la Provincia de Buenos Aires, 2011.
40 p.; 28x20 cm.

ISBN 978-987-676-049-2

1. Diseño Curricular. 2. Educación Secundaria. 3. Matemática. I. Bracchi, Claudia, coord. II. Paulozzo, Marina, coord.
CDD 510.071 2

Equipo de especialistas
Coordinación Mg. Claudia Bracchi | Lic. Marina Paulozzo

Matemática. Ciclo Superior
Prof. Silvia Rodríguez | Prof. Rosario Alonso

Subsecretaría de Educación
Calle 13 entre 56 y 57 (1900) La Plata
Provincia de Buenos Aires

ISBN 978-987-676-049-2

Dirección de Producción de Contenidos
Coordinación Área editorial DCV Bibiana Maresca
Edición Lic. Mariela Vilchez
Diseño María Correa

Esta publicación se ajusta a la ortografía aprobada por la Real Academia Española
y a las normas de estilo para las publicaciones de la DGCyE.

dir_contenidos@ed.gba.gov.ar

ÍNDICE

Presentación

"La Provincia, a través de la Dirección General de Cultura y Educación, tiene la responsabilidad principal e indelegable de proveer, garantizar y supervisar una educación integral, inclusiva, permanente y de calidad para todos sus habitantes, garantizando la igualdad, gratuidad y la justicia social en el ejercicio de este derecho, con la participación del conjunto de la comunidad educativa".[1]

La Escuela Secundaria obligatoria de seis años cumple con la prolongación de la educación común y, como se señala en el Marco General del Ciclo Básico de Educación Secundaria, representa el espacio fundamental para la educación de los adolescentes y los jóvenes de la provincia de Buenos Aires; es un lugar que busca el reconocimiento de las prácticas juveniles con sentido formativo y las incluye en propuestas pedagógicas que posibiliten construir proyectos de futuro y acceder al acervo cultural construido por la humanidad, para lo cual los adultos de la escuela ocupan su lugar como responsables de transmitir la cultura a las nuevas generaciones.[2]

En este marco, la Educación Secundaria tiene en el centro de sus preocupaciones el desafío de lograr la *inclusión* y la *permanencia* para que todos los jóvenes de la Provincia finalicen la educación obligatoria, asegurando los conocimientos y las herramientas necesarias para dar cabal cumplimiento a los tres fines de este nivel de enseñanza: *la formación de ciudadanos y ciudadanas, la preparación para el mundo del trabajo y para la continuación de estudios superiores*.

Una Escuela Secundaria inclusiva apela a una visión de los jóvenes y los adolescentes como sujetos de acción y de derechos, antes que privilegiar visiones idealizadoras, románticas, que nieguen las situaciones de conflicto, pobreza o vulnerabilidad. Esto hará posible avanzar en la constitución de sujetos cada vez más autónomos y solidarios, que analicen críticamente tanto el acervo cultural que las generaciones anteriores construyeron, como los contextos en que están inmersos, que puedan ampliar sus horizontes de expectativas, su visión de mundo y ser propositivos frente a las problemáticas o las situaciones que quieran transformar.

Tener en cuenta los distintos contextos en los que cada escuela secundaria se ha desarrollado, las condiciones en las que los docentes enseñan, las particularidades de esta enseñanza y las diversas historias personales y biografías escolares de los estudiantes, permitirá que la toma de decisiones organizacionales y curriculares promueva una escuela para todos.

Este trabajo fue socializado en diferentes instancias de consulta durante todo el 2009. Cabe destacar que la consulta se considera como instancia para pensar juntos, construir colectivamente, tomar decisiones, consolidar algunas definiciones y repensar otras.

Una escuela secundaria que requiere ser revisada, para incorporar cambios y recuperar algunas de sus buenas tradiciones, implica necesariamente ser pensada con otros. Por ello, esta escuela es el resultado del trabajo de la Dirección Provincial de Educación Secundaria y recoge los aportes efectuados por inspectores, directivos, docentes de las diferentes modalidades, estudiantes, especialistas, representantes gremiales, universidades, consejos de educación privada, partidos políticos, entre otros.

[1] Ley de Educación Provincial Nº 13.688, artículo 5.

[2] DGCyE, *Marco General de la Educación Secundaria. Diseño Curricular de Educación Secundaria*. La Plata, DGCyE, 2006.

El proceso de diseño curricular

El proceso de diseño curricular se inició en el año 2005, con una consulta a docentes en la cual se valoraron las disciplinas y su enseñanza; continuó en 2006 con la implementación de los prediseños curriculares como experiencia piloto en 75 escuelas de la Provincia. A partir de 2007, todas las escuelas secundarias básicas implementaron el Diseño Curricular para el 1° año (ex 7° ESB); durante 2008 se implementó el Diseño Curricular para el 2° año (ex 8° ESB) y en 2009 se implementó el correspondiente al 3° año (ex 9° ESB).[3]

Se organizó de este modo el Ciclo Básico completo, con materias correspondientes a la *formación común*. El Ciclo Superior Orientado, por su parte, se organiza en dos campos: el de la *formación común* y el de la *formación específica*. El primero incluye los saberes que los estudiantes secundarios aprenderán en su tránsito por el nivel, sea cual fuere la modalidad u orientación, y que son considerados como los más significativos e indispensables.[4] El segundo incorpora materias específicas de distintos campos del saber, según la orientación.

En este sentido, la organización del Ciclo Básico y su desarrollo, tanto en el Marco General como en los diseños curriculares de cada una de las materias, decidieron cuestiones importantes que se continúan en los diseños curriculares para el Ciclo Superior. Se resolvió su diseño de manera completa porque se estructura en orientaciones que debieron pensarse para aprovechar los espacios disponibles de los tres años.

Finalmente, estos diseños curriculares necesitan que los docentes participen y co-construyan con los jóvenes ritos que *hagan marca*, es decir que den cuenta de la impronta particular de cada escuela. Esto implica el reconocimiento y la integración a las rutinas escolares de los modos de comunicación y expresión de los jóvenes: programas de radio, blogs, publicaciones, espacios de expresión artística, entre otras alternativas.

La propuesta de una escuela secundaria pública, en tanto espacio de concreción del derecho social a la educación para los adolescentes y los jóvenes, toma en sus manos la responsabilidad de formar a la generación que debe ser protagonista en la construcción del destino colectivo.

Estructura de las publicaciones

El Diseño Curricular del Ciclo Superior para la Educación Secundaria de 6º año se presenta en tres tipos de publicaciones.

- Marco General del Ciclo Superior para la Escuela Secundaria.
- Materias comunes que corresponden a 6° año de todas las orientaciones.
- Orientaciones.

El siguiente cuadro representa cada una de las publicaciones con sus contenidos.

[3] Las resoluciones de aprobación de los diseños curriculares correspondientes al Ciclo Básico de la Secundaria son: para 1° año Res. N° 3233/06; para 2° año 2495/07; para 3º año 0317/07; para Construcción de Ciudadanía Res. 2496/07 y Res. de Consejo Federal Nº 84/09.

[4] En los lineamientos federales, este campo de la formación común se denomina Formación General.

ESTRUCTURA DE LAS PUBLICACIONES

Marco General para el Ciclo Superior de la Escuela Secundaria

- Arte (no corresponde para Ciencias Naturales)
- Filosofía
- Educación Física
- Literatura
- Trabajo y Ciudadanía
- Matemática Ciclo Superior
- Inglés
- Filosofía e Historia de la Ciencia y la Tecnología (solo para Ciencias Naturales)

Orientación		
Ciencias Naturales	Marco General de la Orientación	
	Química del carbono	
	Biología, genética y sociedad	
	Física clásica y moderna	
	Ambiente, desarrollo y sociedad	
Ciencias Sociales	Marco General de la Orientación	
	Historia	
	Geografía	
	Proyectos de investigación en Ciencias Sociales	
Economía y Administración	Marco General de la Orientación	
	Economía Política	
	Proyectos Organizacionales	
Comunicación	Marco General de la Orientación	
	Taller de comunicación institucional y comunitaria	
	Taller de producción en lenguajes	
	Comunicación y transformaciones socioculturales del siglo XXI	
Arte	Marco General de la Orientación	
	Artes Visuales	Historia
		Proyecto de producción en artes visuales
	Danza	Historia
		Proyecto de producción en danza
	Literatura	Historia
		Proyecto de producción en literatura
	Música	Historia
		Proyecto de producción en música
	Teatro	Historia
		Proyecto de producción en teatro
Educación Física	Marco General de la Orientación	
	Educación Física y Comunidad	
	Prácticas deportivas y juegos	
	Diseño y gestión de proyectos	
	Prácticas gimnásticas y expresivas II	
Lenguas Extranjeras	Marco General de la Orientación	
	Estudios interculturales en inglés II	
	Italiano III	
	Francés III	
	Portugués III	

□ Contenidos correspondientes al Ciclo Superior.

■ Contenidos correspondientes a 6º año.

Matemática y su enseñanza en el Ciclo Superior de la Escuela Secundaria

El Ciclo Superior de la Escuela Secundaria representa para los jóvenes la oportunidad de profundizar contenidos matemáticos anteriores, analizarlos desde el punto de vista formal de la matemática como ciencia, al mismo tiempo que se abre un espacio de construcción de nuevos conceptos. En este contexto, el desarrollo de la materia en el 6º año debe aportar niveles crecientes de formalización y generalización.

Para *hacer matemática* es ineludible resolver problemas, aunque esta actividad no se considera suficiente. La descontextualización de los resultados obtenidos es lo que permite generalizar y realizar transferencias pertinentes.

Si bien la estructura de la matemática como ciencia formal es el resultado final de conocimientos construidos por la comunidad científica, es importante que los docentes tengan presente que, en la escuela secundaria, esa estructura deberá constituir una meta y no un punto de partida.

A pesar de que la *matemática escolar* difiere del trabajo científico, en el aula pueden y deben vivenciarse el estilo y las características de la tarea que realiza la comunidad matemática. De esta forma, los alumnos considerarán a la matemática como un quehacer posible para todos, tal como se definió en el Ciclo Básico de la Escuela Secundaria.

El imaginario popular asigna a la matemática significados discutibles que la colocan en un lugar casi inalcanzable para el común de las personas. Estas concepciones, en gran parte, tienen su origen en los aprendizajes que se produjeron durante la escolaridad. Por lo general la matemática escolar se caracteriza por una profusión de definiciones abstractas, procedimientos mecánicos, desarrollos unívocos y acabados, demostraciones formales, y un uso apresurado de la simbología. Esto contribuye a la creencia de que las personas que no son capaces de asimilar los contenidos vinculados a ella de modo sistémico, en el orden y la cantidad en la que se presentan, fracasan por *falta de capacidad* para la matemática.

Esta concepción determinista y elitista de la matemática se contrapone con la propuesta del presente Diseño Curricular, que considera a la disciplina como parte de la cultura, y valora a los alumnos como hacedores de la misma. Por este motivo, se propone un cambio sustancial en el quehacer matemático del aula mediante el cual el docente, a partir de la asimetría, sea un motor importante en la construcción de conocimientos que cobren sentido dentro de la formación integral del alumno.

En esta línea, una de las transformaciones que se producirán se vincula con el posicionamiento del docente, quien debe *abandonar* el lugar central que históricamente ha tenido dentro del aula para ocupar otro espacio en la dinámica de la clase; espacio que permita a los jóvenes interactuar con sus pares y con la propuesta de trabajo.

Sin embargo, el encuentro de los alumnos con las propuestas que se planifiquen no garantiza, por sí mismo, que ellos aprendan matemática. La intervención del docente es fundamental para que el aprendizaje sea posible y debe responder a estrategias que trasciendan la exposición como única dinámica de clase.

Mapa curricular

Materia	Matemática-Ciclo Superior	
Año	6º	
Ejes y núcleos sintéticos de contenidos	Geometría y Álgebra	**Ecuación vectorial de la recta** **Noción de fractal**
	Números y Operaciones	**Números complejos** Concepto Operatoria en C **Series** Concepto. Notación y lenguaje Uso de calculadoras
	Álgebra y Funciones	**Funciones trigonométricas** **Concepto de límite** En el infinito En un punto Continuidad **Derivada** Derivada de un punto Función derivada **Estudio completo de funciones sencillas** **Integrales**
	Probabilidad y Estadística	**Distribución Normal** **Distribución Binomial** Uso de calculadoras

Carga horaria

La materia Matemática Ciclo Superior corresponde al 6º año de la Escuela Secundaria en todas las orientaciones del Ciclo Superior.

Su carga horaria es de 144 horas totales; si se implementa como materia anual su frecuencia será de cuatro horas semanales.

Objetivos de enseñanza

- Promover el trabajo autónomo de los alumnos.
- Estimular el establecimiento, comprobación y validación de hipótesis por parte de los estudiantes, mediante el uso de las herramientas matemáticas pertinentes.
- Promover el trabajo personal y grupal, valorando los aportes individuales y colectivos para la construcción de los nuevos contenidos matemáticos.

- Fomentar el respeto por la diversidad de opiniones, así como una actitud abierta al cambio que permita elegir las mejores soluciones ante diferentes problemas matemáticos.
- Alentar a los alumnos para que valoren sus producciones matemáticas; realicen consultas; defiendan posturas; construyan hipótesis explicando construcciones matemáticas personales o ajenas.
- Evaluar los aprendizajes, vinculando los nuevos contenidos adquiridos con los anteriores.
- Valorar los conocimientos matemáticos extraescolares de los alumnos y retomarlos para su formalización, explicación y enriquecimiento en el marco de la materia.
- Propiciar la lectura de textos matemáticos como material de consulta y ampliación de lo trabajado en clase.
- Escuchar, registrar y retomar los aportes de los alumnos durante las clases.
- Promover la toma de conciencia de la distancia entre los contenidos nuevos y los saberes anteriores como muestra del crecimiento del saber matemático personal.
- Estimular el ajuste de la terminología y notación matemática en los diferentes contenidos.
- Incorporar, con distintos grados de complejidad, el uso de las Nuevas Tecnologías de la Información y la Conectividad (NTICX) en la enseñanza de la matemática.

Objetivos de aprendizaje

- Valorar la matemática como objeto de la cultura.
- Construir conocimientos matemáticos significativos.
- Redactar conclusiones matemáticas, gradualmente, con mayor precisión.
- Utilizar estrategias de trabajo matemático en el aula, en un marco de responsabilidad, solidaridad y convivencia democrática.
- Establecer transferencias pertinentes de los conocimientos adquiridos a situaciones intra y/o extra-matemáticas.
- Trabajar de manera autónoma e identificar modelizaciones de situaciones que se presenten en diferentes campos.
- Comprender la importancia de la formalización mediante funciones trascendentes interpretándolas como herramientas de comunicación en el ámbito de la matemática.
- Distinguir las definiciones de las explicaciones y los ejemplos.
- Explicitar el rigor en las estrategias matemáticas que se utilizan.
- Comprobar lo razonable de los resultados en las respuestas a los problemas.
- Valorar la propia capacidad matemática.

Contenidos

Los contenidos de la materia Matemática-Ciclo Superior se organizan en cuatro ejes: Geometría y Álgebra, Números y Operaciones, Álgebra y Estudio de Funciones, Probabilidades y Estadística. Éstos incluyen los núcleos sintéticos de contenidos descriptos en el mapa curricular y agrupan conocimientos vinculados entre sí.

Cada eje continúa con lo propuesto en diseños curriculares anteriores, a la vez que profundiza y orienta el trabajo hacia los niveles de argumentación y formalización que se espera que los alumnos adquieran a lo largo de los tres años que componen el Ciclo Superior de la Escuela Secundaria. En este sentido, el Diseño Curricular para el 6º año incorpora contenidos nuevos que complementan y refuerzan la formación básica de los estudiantes.

Al momento de su abordaje, el docente deberá tener en cuenta que:

- el orden en que se presentan los ejes y los núcleos sintéticos no implica que necesariamente se enseñen de ese modo;
- el tratamiento de un eje puede provocar la aparición de nodos que refieren a otros ejes.

La descripción de contenidos que se desarrolla a continuación incluye orientaciones didácticas e incorpora ejemplos de problemas y situaciones de enseñanza, a partir de las cuales el docente puede trabajar los diferentes ejes y núcleos.

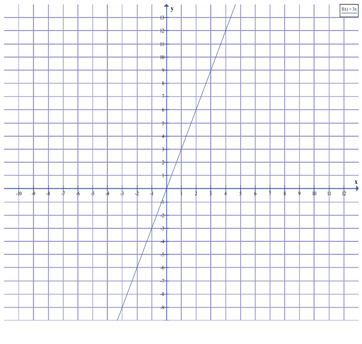
Eje Geometría y Álgebra

Ecuación vectorial de la recta

Propone retomar y profundizar conceptos trabajados en años anteriores referidos a funciones lineales y su graficación –por ejemplo, la recta que viene dada por la función f(x) =m x+ b–; y vectores. Para ello es conveniente revisar las operaciones entre vectores (suma, multiplicación por un escalar) de forma gráfica y algebraica; así como el significado gráfico del crecimiento constante que se trabajó en función lineal; asimismo, analizar en particular la ecuación de las rectas verticales. Se trata, en este contexto, de vincular estas miradas de la recta.

Ejemplo 1

El siguiente es el gráfico de f(x)= 3x



¿Es correcto caracterizar a los puntos de la recta de la siguiente forma: *los puntos de la recta son los puntos del plano cuya segunda coordenada es el triple de la primera*?

Simbólicamente:

L_1 son los (x, y) de $\Re^2$ / (x, y) = (x, 3x) para todo $x \in \Re$

o bien (x, y) = α (1, 3) con $\alpha \in \Re$

¿El punto (1/3, 1) está en la recta?; ¿y el (-4, -8)? Justificar.

Determinar k para que el punto (k, 3/5) esté en la recta.

¿Cómo se pueden caracterizar los puntos de la recta que es gráfico de la función lineal f(x)= 2/3 x?

¿Y los puntos de la recta vertical que pasan por el punto A= (3, 7)?

Ejemplo 2

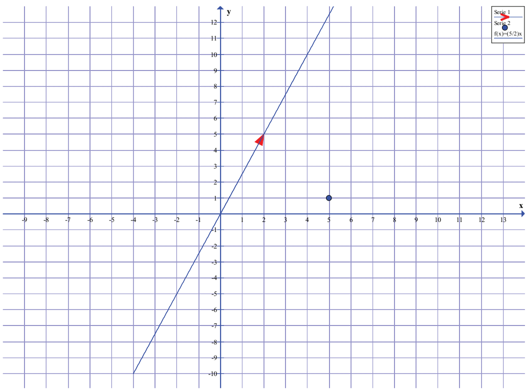
¿Cuál es la pendiente de la recta que pasa por los puntos P= (2, 9) y Q= (3, 7)?; ¿y el vector dirección?

Ejemplo 3

Analizar mediante gráficos la siguiente expresión:

Si el punto P está en la recta L_1 : (x, y) = α (2, 5), entonces el punto

Q = P + (5, 1) está en la recta L_2 que tiene dirección v = (2, 5) y pasa por el punto (5, 1).



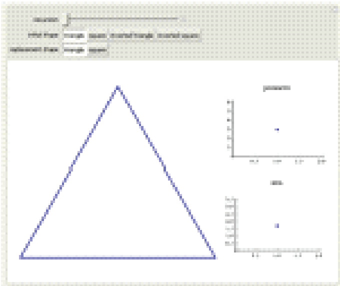
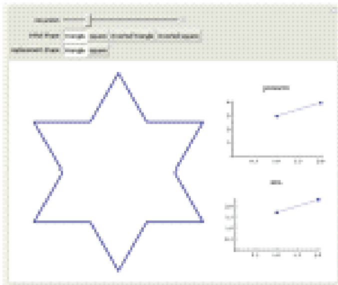
Escribir la ecuación de $L_{2.}$

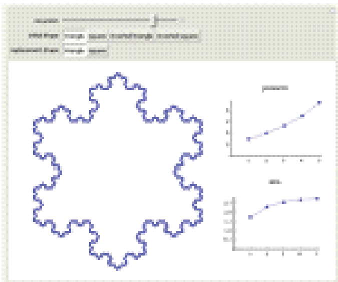
Noción de fractal

La *noción de fractal* posee modelos matemáticos donde los alumnos verán contenidos trabajados a lo largo de su escolaridad, pero aplicado con ciertas particularidades –como geometría, sucesiones, transformaciones, matrices, ecuaciones exponenciales y noción de límite de sucesiones–. Los fractales también modelizan objetos que exhiben una estructura a varios niveles de escala y se utilizan en la gráfica computarizada, que en ciertos casos describen formas de la naturaleza: Helge Koch mostró una curva con perímetro infinito, que encierra una región del plano de área finita, representada por una figura con forma de copo de nieve.

Ejemplo 1

Las siguientes imágenes de la curva corresponden a simulaciones que los alumnos pueden consultar en la web[1], donde también existen otros sitios con abundante información del tema.

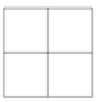


Su perímetro en cada paso se multiplica por 4/3.

Esta figura es *autosimilar*, dado que si se transforman dos segmentos cualesquiera de las varias aproximaciones –por ejemplo un lado del triángulo original y un lado de los triángulos obtenidos en el primer paso– se obtiene la misma curva al límite, sólo que en escala diferente.

El grado de *autosemejanza* se puede medir.

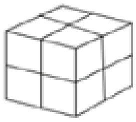
El cuadrado es una figura autosimilar de dimensión 2: se obtiene uniendo 4 partes de tamaño ½.



Se unen 2^2 partes de tamaño ½.

El cubo es de dimensión 3: se obtiene uniendo 8 partes de tamaño ½.

[1] Extraído de: http://mathworld.wolfram.com/KochSnowflake.html.



Se unen 2^3 partes de tamaño ½.

Una figura de dimensión *d* es la que se obtiene uniendo n^d partes de tamaño *1/n.*

El cuadrado es una figura autosimilar en la que se unen 2^2 partes de tamaño ½.

El cubo es una figura autosimilar en la que se unen 2^3 partes de tamaño ½.

Dado que en la curva de Koch se unen 4 partes de tamaño 1/3, ya que se divide el segmento en tres partes y se sustituye la parte central por partes iguales, su dimensión *d* será $4 = 3^d$ parte.

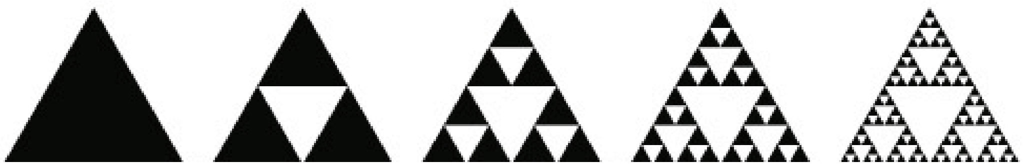
$d = \frac{\log 4}{\log 3}$ =1,26.

Estas figuras con dimensión *no entera* son los fractales.

Ejemplo 2

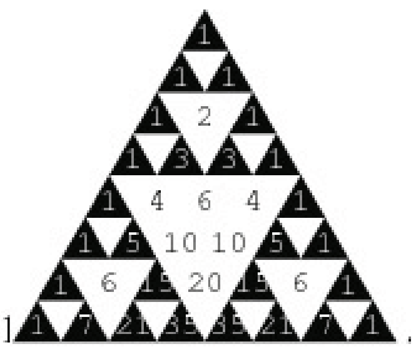
La carpeta de Sierpinski es un fractal descripto por él en 1915. Se puede obtener por un proceso recursivo al considerar un triángulo equilátero, dividiéndolo en 4 triángulos semejantes, sustrayendo uno en el centro y repitiendo el proceso al infinito. Su área tenderá a 0.

Dimensión $d = \frac{\log 3}{\log 4}$ aproximadamente 1,58.



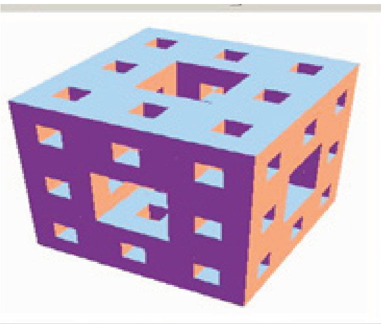
Si en el triángulo de Pascal se pintan de negro los números impares y de blanco los pares, en él se obtiene la carpeta de Sierpinski.

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1
1 8 28 56 70 56 28 8 1



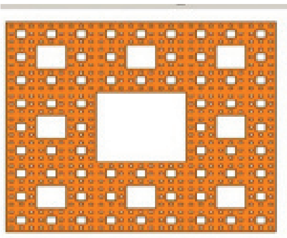
Ejemplo 3

La carpeta de Sierpinski se puede generalizar en tres dimensiones con la esponja de de Menger[2]. Esta última se puede obtener por un proceso recursivo al considerar un cubo, se lo divide en 27 cubos, sustrayendo 6 cubos en las caras y uno en el interior. Repitiendo el proceso al infinito tenderá a un volumen 0.



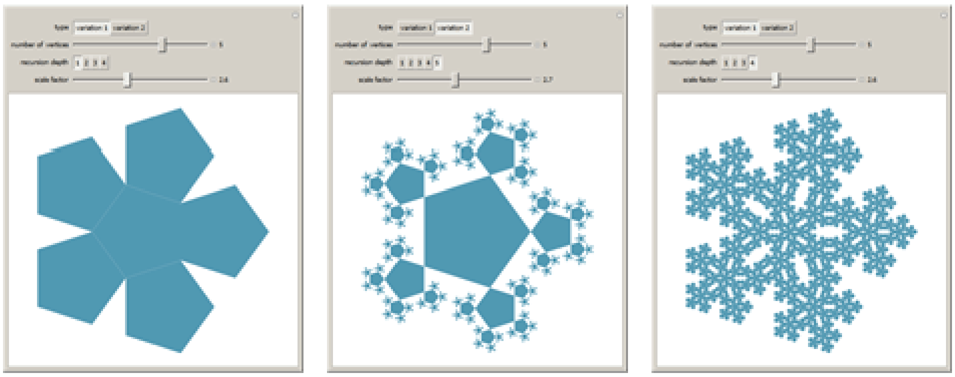
Dimensión aproximada: 2,72.

Como lo muestra el gráfico, cada cara de la esponja de Menger es una carpeta de Sierpinski.



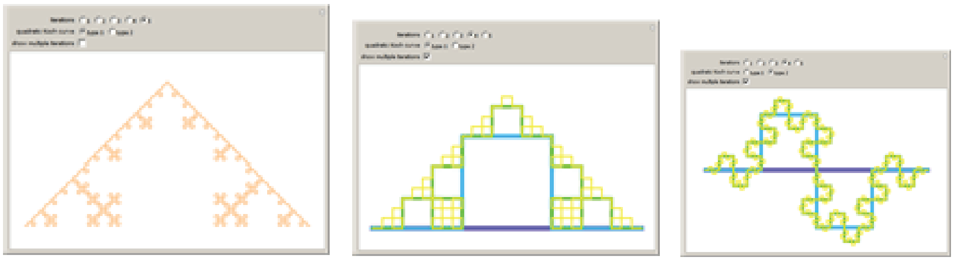
Ejemplo 4

Se propone acceder a las páginas que se indican para estudio de los siguientes fractales a fin de analizar sus transformaciones.



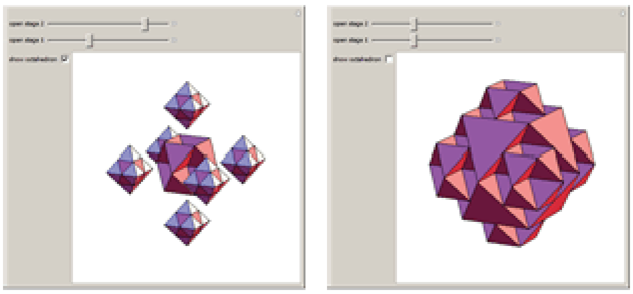
n-Flakes http://demonstrations.wolfram.com/NFlakes/

[2] Extraído de http://demonstrations.wolfram.com/TheMengerSponge/

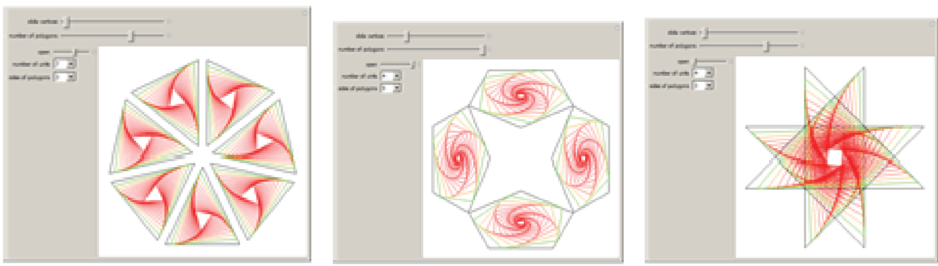


Square Koch Fractal Curves http://demonstrations.wolfram.com/SquareKochFractalCurves

Curva de Peano http://demonstrations.wolfram.com/PeanoCurveExplorer



Octahedron Fractal http://demonstrations.wolfram.com/OctahedronFractal/



Polígonos giratorios http://demonstrations.wolfram.com/WhirlingPolygons/

Eje Números y Operaciones

Números Complejos

Concepto.

Operaciones en C

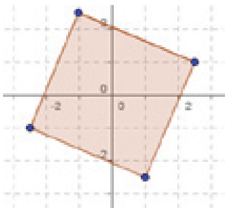
En este núcleo se estudiará la ampliación de los conjuntos numéricos para arribar a los números complejos. Éstos se expresarán en forma binómica, polar y trigonométrica; y serán representados geométricamente en el plano.

Es conveniente estimular a los alumnos a establecer relaciones entre los diferentes tipos de representaciones. Asimismo, reformular los algoritmos de cálculo a fin de ampliarlos al nuevo campo numérico y promover el uso de calculadoras científicas para el cálculo con números complejos.

Ejemplo 1

Este cuadrado, centrado en el origen de coordenadas, se construyó operando con el complejo

$z = 5/2 + i$



Dibujar el cuadrado centrado en el origen que tenga un vértice en el afijo del complejo

$z= 3+3i$

Ejemplo 2

Escribir un número complejo de modo que la dirección del vector que lo representa sea la de:

- la bisectriz del primer cuadrante;
- la recta de ecuación $y = -3x$;
- el eje real el eje imaginario.

Ejemplo 3

¿Cuál debe ser el valor de x para que el número $(2+xi)^2$ sea imaginario puro?; ¿y para que sea real?

Encontrar los valores de n que hacen ciertas las siguientes igualdades

- $3+ i^n = 4$ $3+ i^n = 2$
- $3+ i^n = 3+ i$ $3+ i^n = 3-i$

Ejemplo 4

Encontrar z tal que Re (z) = 3 y |z|= 5

Encontrar z tal que Im (z) = 1 y |z|= 1

Series

Concepto. Notación y lenguaje

Uso de calculadoras

El concepto de *series* es de gran utilidad en las ciencias aplicadas. En este nivel se pretende que los alumnos se aproximen al concepto de serie como *sucesión de sumas parciales de una sucesión*.

Ejemplo 1

Una hormiga parte de A para llegar a B. En cada paso recorre la mitad de lo que le falta para llegar a la meta.

a. En el primer paso, que podemos llamarlo p_1, recorre ½; en el segundo o sea p_2 camina ¼ y así sucesivamente. Escribe el término general de la sucesión p_n que representa lo que camina la hormiga en cada paso.

b. ¿Cuánto han caminado luego de dar cinco pasos?; ¿y luego de diez pasos?

Escriba el término general de la sucesión T_n que representa la distancia total recorrida por la hormiga luego de dar n pasos.

Ejemplo 2

Si consideramos la suma $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8}+\ldots+\frac{1}{n}$

Cada sumando es menor que el anterior; en particular a medida que n aumenta los sumandos se acercan a 0, pues el $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}=0$.

Sin embargo, ¿es posible hallar n natural tal que $\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{i}\geq 3$? ¿Es único?

Ejemplo 3

¿Es posible escribir al número 1 como suma de tres sumandos?

Sí, por ejemplo 1 = $\frac{1}{15}+\frac{2}{15}+\frac{4}{5}$

¿Y como suma de 100 sumandos? (Intentar por lo menos de dos formas distintas).

¿Y como suma de infinitos sumandos?

Analizar y comparar con la suma propuesta.

$$0,\widehat{9}=1$$

$$0,\widehat{9}=\frac{9}{10}+\frac{9}{100}+\frac{9}{1000}+\frac{9}{10000}+\ldots+\frac{9}{10^{i}}+\ldots$$

$$=9.\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{100}+\frac{1}{1000}+\frac{1}{10000}+\ldots+\frac{1}{10^{i}}+\ldots\right)$$

$$=9.\sum_{i=1}^{\infty}\frac{1}{10^{i}}=1$$

Se escribió al número 1 como suma de infinitos sumandos.

Eje Álgebra y Funciones

Funciones trigonométricas

Las funciones trigonométricas son utilizadas en las ciencias para describir fenómenos periódicos, los cuales requieren que sus dominios sean números reales. Por tal motivo, su estudio debe enmarcarse en el de funciones de $\Re$ en $\Re$.

El tiempo que se dedique al análisis y discusión de las escalas elegidas en los ejes para graficarlas, permitirá revisar conceptos de números reales; así como distinguir esta mirada funcional de lo estudiado en la resolución de triángulos.

Para resolver ecuaciones trigonométricas es necesario leer desde la circunferencia unitaria, a fin de no recurrir a fórmulas de reducción que resultan poco claras para los alumnos.

Ejemplo1

A partir del gráfico responder.

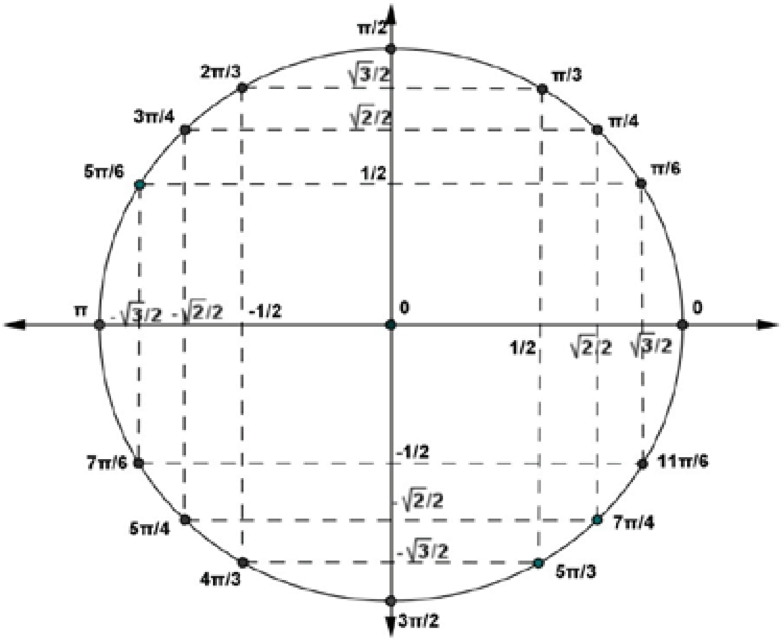
¿Para qué valores de $x \in [0,2\pi)$ de cos x = ½?

¿Para qué valor de $x \in [o, 2\pi)$ es sen (x) = - sen (-x)?

Dar razones gráficas que justifiquen la siguiente igualdad: cos(x) = cos (2π-x).

Dar razones gráficas que justifiquen la siguiente afirmación:

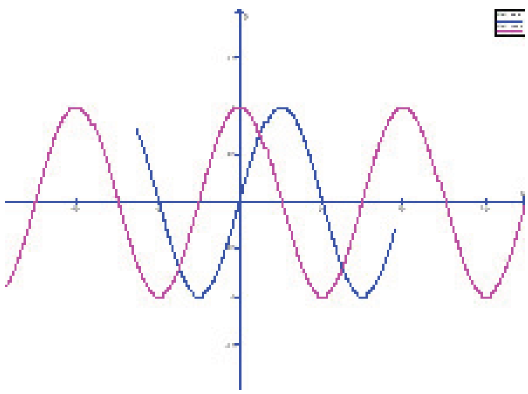
para todo $x \in [o, 2\pi)$ vale que sen x = sen (π -x)



Ejemplo2

A partir de los gráficos de las funciones sen x y cos x justificar la siguiente igualdad

sen x = cos $(x + \pi/2)$



Concepto de límite

En el infinito

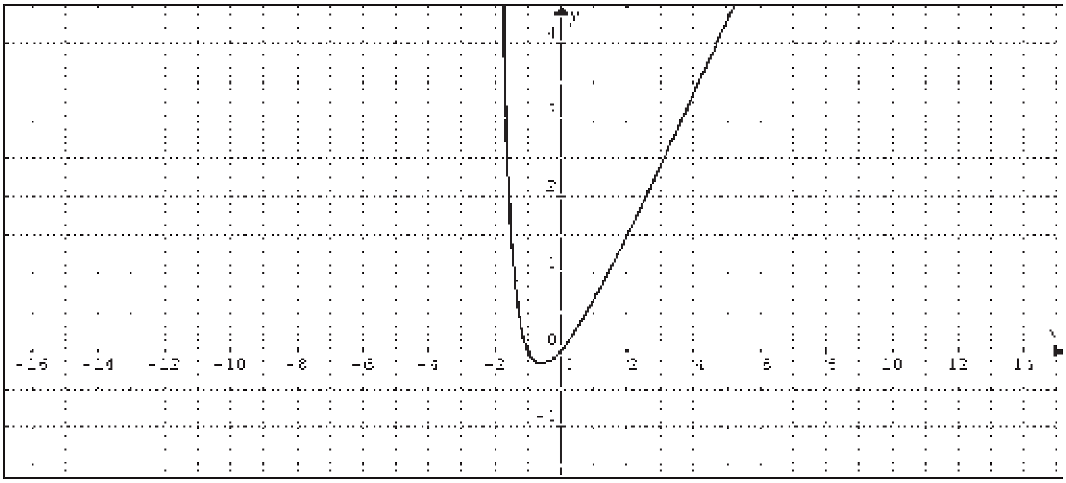
En un punto

Continuidad

El concepto de *límite* es central en el estudio del cálculo matemático. Para abordar este concepto se sugiere recuperar las ideas previas o intuitivas de los alumnos y, a partir de allí, ir aproximándose al cálculo de límites. Será conveniente plantear situaciones que permitan a los alumnos caracterizar los casos de indeterminación y buscar estrategias para salvarlas.

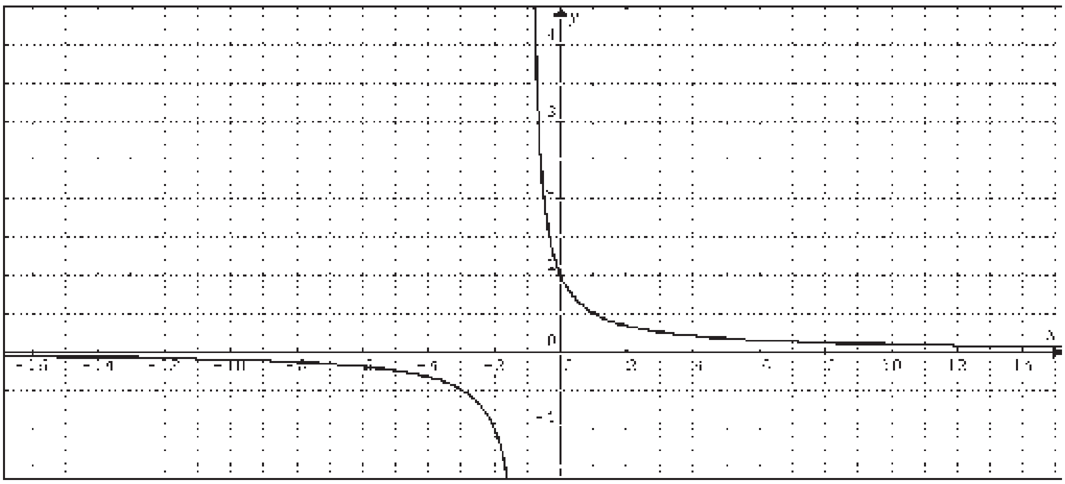
Ejemplo 1

Gráfico de $f(x) = \dfrac{x^2 + x}{x+2}$ para x > - 2



Calcular $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) =$

Este es el gráfico de $f(x) = \dfrac{x}{x^2 + x}$



Calcular $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) =$

En ambos casos, tanto el numerador como el denominador tienden a $+\infty$ cuando $x \to +\infty$; sin embargo, el límite no tiene el mismo resultado.

Explicar qué le sugiere la expresión *indeterminación del tipo infinito sobre infinito*.

Ejemplo2

Considerar la función: $f(x) = \dfrac{1}{x}$.

Completar la siguiente tabla calculando el valor de f(x) para valores de x cercanos a cero por la derecha:

X	1000	100	10	0.1	0.01	0.001
f(x)						

¿Qué ocurre con los valores de f(x) cuando x se aproxima a cero por la derecha?; ¿se acercan los valores de f(x) a un valor en particular?

Completar la siguiente tabla calculando el valor de f(x) para valores de x cercanos a cero por la izquierda:

X	-1000	-100	-10	-0.1	-0.01	-0.001
f(x)						

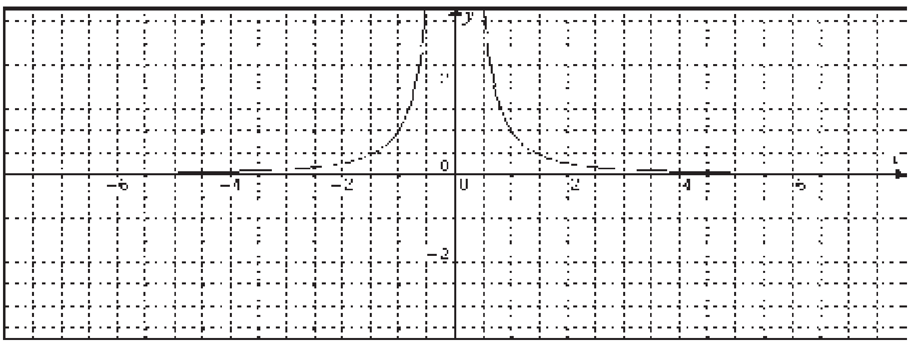
¿Qué ocurre con los valores de f(x) cuando x se aproxima a cero por la izquierda?; ¿se acercan los valores de f(x) a un valor en particular?

Interpretar y explicar el significado de:

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{1}{x} = \infty \quad y \quad \lim_{x\to 0^-} \frac{1}{x} = -\infty$$

Ejemplo3

Considerar la función: $f(x) = \dfrac{1}{x^2}$.



¿Cómo es el comportamiento de la función cuando x se aproxima a cero por la izquierda y por la derecha de cero?

Derivada

Derivada en un punto

Función derivada

Si bien los alumnos suelen adquirir con facilidad las técnicas de derivación, será conveniente destinar un tiempo a la construcción del concepto; dado que a partir de allí, tanto su importancia como sus aplicaciones cobrarán sentido. Trabajar en la construcción del concepto en este nivel no significa, necesariamente, trabajar con el cálculo de derivadas por definición. Es posible, por ejemplo, trabajar apoyándose en argumentos geométricos o gráficos.

Ejemplo1

Colocar una taza de agua tibia en la heladera y graficar su temperatura en función del tiempo. ¿La razón inicial de cambio de temperatura es mayor o menor que la razón de cambio después de una hora en la heladera?

Ejemplo 2

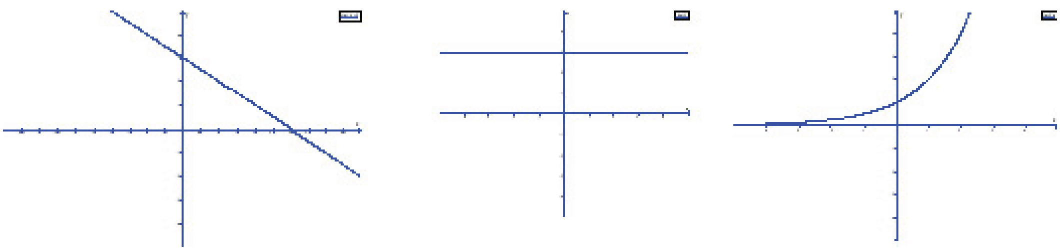
Durante un día de septiembre en Buenos Aires se registraron, cada hora, las temperaturas en grados centígrados, a partir de la medianoche y hasta las 22 horas.

x (h)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
T (ºC)	10	10	12	12	13	14	14	14	15	15	18	18	20	21	22	23	24	24	23	20	15	14	12

1. Encontrar la razón promedio de cambio de temperatura:
   - desde el mediodía hasta las 16 horas;
   - desde el mediodía hasta las 14 horas;
   - desde el mediodía hasta las 13 horas.
2. Estimar la razón de cambio de temperatura al mediodía. Revisar los valores de la tabla.

Ejemplo 3

Dadas las siguientes funciones derivadas:



Graficar f y exponer argumentos que justifiquen la respuesta.

Ejemplo 4

Graficar una función cuya derivada sea siempre negativa.

Es importante proponer a los alumnos ejercicios que permitan la interpretación de la derivada en un punto y la función derivada.

Ejemplo 5

La recta tangente al gráfico de $g(x)$ en el punto (1, 2) pasa por el punto (2, 7).

Averiguar $g(1)$ y $g'(1)$.

Estudio completo de funciones sencillas

El estudio completo de funciones permite resignificar categorías conceptuales trabajadas previamente, tales como límites, derivadas, etcétera. Los mismos constituyen las herramientas que ofrece el análisis matemático para analizar funciones.

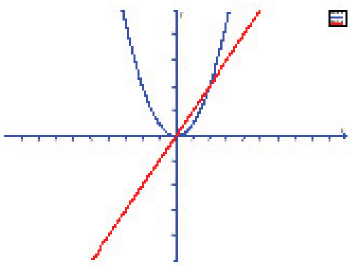
Se espera que el alumno, a partir de este estudio, pueda graficar funciones, así como interpretar y justificar los gráficos realizados por los medios tecnológicos que posean.

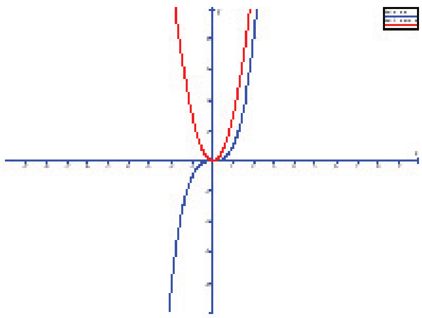
Ejemplo 1

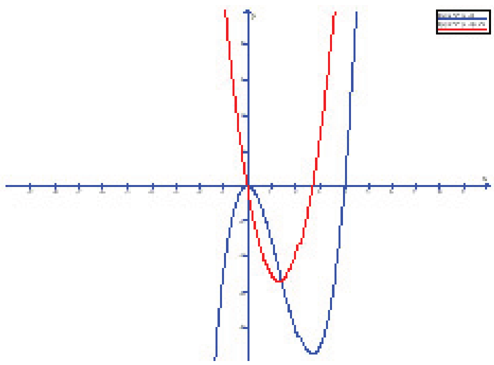
En los siguientes gráficos están representadas $f(x)$ y $f'(x)$.

Decidir en cada caso sobre la validez de las siguientes afirmaciones:

- Donde la derivada es negativa la función es creciente.
- Donde la derivada es cero la función alcanza un máximo.
- Donde la derivada es cero la recta tangente es horizontal.







Los alumnos deberán resolver este ejercicio en grupo, ayudados por el docente y las herramientas teóricas necesarias; a fin de llegar, luego de varios análisis, a los resultados generales.

Integrales

Aunque la definición de integral requiere de un profundo trabajo matemático, los alumnos podrán calcularlos mediante la antiderivada. Luego, será necesario vincularla con el cálculo de área de figuras planas.

Eje Probabilidad y Estadística

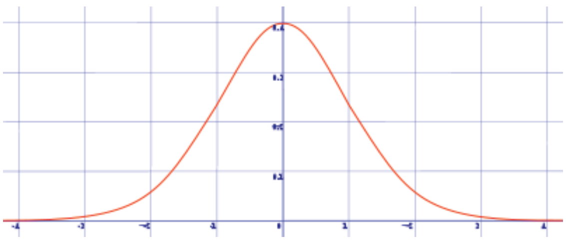
Distribución Normal

De las distribuciones continuas esta es la más importante, dado que muchas variables aleatorias tienen una distribución normal y suele aparecer en todo tipo de análisis estadístico como alturas, peso, efectos de dosis de medicamentos o duración de una pieza mecánica, entre otros.

Se dice que una *variable aleatoria continua X* sigue una distribución normal de parámetros μ y σ y se denota $X \sim N(\mu, \sigma)$, si su función de densidad está dada por:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}, \quad x \in \mathbb{R},$$

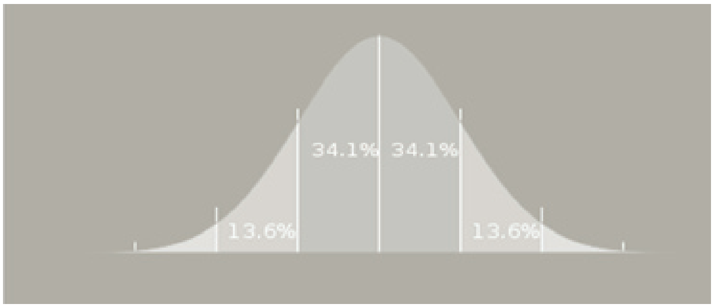
donde μ (*mu*) es la *media* y σ (*sigma*) es la *desviación típica* (σ^2 es la *varianza*).



Posee una forma de campana que la caracteriza; es continua; simétrica con respecto a la media y tiene dos puntos de inflexión situados a ambos lados de la media a una distancia σ de ella.

Se llama distribución normal "estándar" a aquella en la que sus parámetros toman los valores $\mu = 0$ y $\sigma = 1$. En este caso, la función de densidad tiene la siguiente expresión:

$$f(x) = f_{0,1}(x) = \frac{e^{\frac{-x^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}}, \quad x \in \mathbb{R},$$



[3]

Para cada media y cada desviación media hay una curva normal que se designa N(x, σ).

El área bajo la curva es 1, por ser una distribución normal. Las tablas brindan las probabilidades, por lo que se constituyen en una herramienta para la resolución de problemas.

Ejemplo 1

El peso de jugadores de un club se distribuye normalmente con un peso promedio de 65 kg y un desvío estándar de 4 kg. Determinar la probabilidad de que, elegido al azar, el jugador pese:

- menos de 63 kg;
- más de 58 kg;
- entre 59 y 67.

¿Cuál es el peso no superado por el 25% de los deportistas?; ¿y el que es superado sólo por el 60% de los jugadores?

¿Qué porcentaje de los jóvenes tiene un peso inferior a 65 kg y pesa más de 58 kg?

Ejemplo 2

Un repuesto mecánico cuyo peso medio es 18,5 kg tiene un desvío estándar de 1,5. ¿Cuál es la probabilidad de que un repuesto elegido al azar pese más de 21,5kg?

El peso responde a una N (18,5; 2,25)

$Z = (W - 18{,}5) / 2$

$P (W > 21{,}5) = P \left(Z > \frac{21{,}5 - 18{,}5}{1{,}5} \right) =$

$= P (Z<2) = 1 - \Phi (2)\ 0{,}0227.$

Distribución Binomial

La distribución binomial es útil para describir experiencias en las que se repiten varias veces la misma situación en idénticas condiciones.

$P(x= k) = \binom{n}{k} p^{k} \cdot q^{n-k}$

[3] Extraído de: http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Standard_deviation_diagram.svg

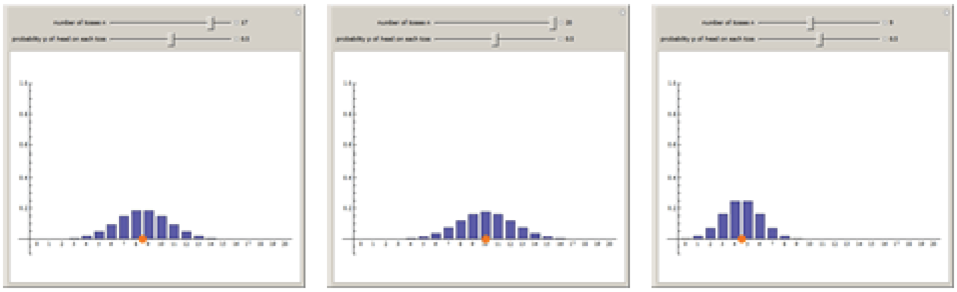
Ejemplo 1

Si una moneda es arrojada un número *n* de veces, el número de caras seguirá una probabilidad con distribución binomial.

Si se arroja el dado 5 veces y se desea saber la probabilidad de obtener 4 veces cara:

$P(x= 4) = \binom{5}{4} 0{,}4^{4} . 0{,}6^{1} = 5x\ 0{,}0256 = 0{,}0768$

En el sitio *Binomial Distribution* from *The Wolfram Demonstrations Project*, se puede visualizar esta situación variando el número de tiradas, tal como se muestra en los siguientes gráficos.



Fuente: http://demonstrations.wolfram.com/BinomialDistribution/

Estas distribuciones binomiales B(n, p) en las que p=1/2, se parecen a la distribución binomial cuanto más grande sea *n*.

En el caso de B (n, p), se parecerá a la curva normal cuanto mayor sea el producto n. p, si este producto es mayor que 5 esta aproximación será casi perfecta.

Orientaciones didácticas

Resolución de problemas y formalización

Existe una importante cantidad de bibliografía acerca de las características que debe tener una actividad para constituirse en un problema que puede ser resuelto por parte de los alumnos. En este Diseño Curricular se considera que un problema:

- promueve el desarrollo de estrategias que favorecen una educación más autónoma, comprometida y participativa;
- se constituye como tal a partir del vínculo que el alumno establece con la tarea propuesta, y no es una característica inherente a las actividades;
- es una situación que se le presenta al estudiante y lo moviliza a la acción;
- genera que los jóvenes pongan en juego diferentes tipos de saberes relacionados con los conceptos, los procedimientos y/o las actitudes. Si el alumno reproduce un procedimiento aprendido con anterioridad, estaría realizando un ejercicio o un problema de aplicación, pero no aprendiendo a través de problemas en el sentido que entiende el presente Diseño.

La institucionalización de los conocimientos comienza con los estudiantes, en la legitimación de sus procesos por parte del docente, quien junto con ellos generaliza, enmarca en una teoría y descontextualiza el saber aprendido.

Clima de la clase y tratamiento del error

Los docentes desean que los alumnos se comprometan con su propio aprendizaje; esto se logra cuando desarrollan tareas de las que deciden hacerse cargo. En las clases de Matemática, las largas exposiciones suelen contar con pocos seguidores, aún cuando el grupo aparente lo contrario.

Educar matemáticamente no consiste en enseñar a partir de exposiciones teóricas, para luego solicitar a los alumnos la resolución de ejercicios y problemas. Para que ellos tomen un rol activo, es necesario generar un clima de confianza en su propia capacidad y de respeto por la producción grupal.

Resulta conveniente planificar la tarea en el aula, de modo tal que algunas veces haya una primera instancia de trabajo individual. En esta etapa el estudiante preparará su aporte personal para la posterior labor grupal.

Hacia el interior de los equipos, cada integrante compartirá su producción con los demás; entre todos construirán la forma de comunicarla a los restantes grupos con un registro adecuado que permita confrontar las diferentes resoluciones. En este momento es importante que el docente habilite la palabra de todos los alumnos.

Una vez que finalice la puesta en común y la discusión acerca de cada solución que los alumnos planteen, el docente establecerá el estatus matemático de estas construcciones. Los errores que se produzcan en este proceso serán indicadores del estado del saber de los estudiantes; el docente contribuirá para avanzar a partir de ellos.

La superación de errores se logrará si los alumnos toman conciencia acerca de los mismos y se hacen cargo de su reparación en niveles crecientes de autonomía. Dar la respuesta correcta no significa enmendar un error, más aún deberá estimularse al estudiante para que elabore estrategias de control que le permitan decidir sobre la corrección de sus producciones.

Leer y escribir en matemática

Comprender un texto supone dar significado a lo leído e incluirlo en el marco personal de significaciones previas, enriqueciéndolas. En Matemática-Ciclo Superior este proceso debe ser correcto en términos de la ciencia y la cultura matemática. Palabras como *dependencia* o *semejanza* tienen significados diferentes en distintos contextos, pero en esta disciplina su definición es precisa. Por este motivo, la lectura de textos matemáticos ha de estar presente en las clases.

Entre otras actividades, leer matemática significa interpretar las cuestiones vinculadas al área, que están presentes en textos de otras disciplinas; analizar cómo se utilizan los modelos matemáticos para describir y predecir fenómenos de las ciencias naturales o sociales, los procesos tecnológicos o las expresiones artísticas. Con esta finalidad, durante las clases será necesario proponer el análisis, comentario y discusión de materiales propios de la ciencia, así como textos de otras disciplinas donde el lenguaje matemático está presente a través de gráficos, porcentajes o esquemas geométricos.

Los alumnos podrán trabajar a partir de las producciones matemáticas de sus compañeros; las mismas serán un material rico sobre el cual iniciar la lectura de textos con el propósito de explicar, describir, argumentar, validar, dar precisión y complejizar la información con la que se cuente.

Para promover el desarrollo de la capacidad lectora de los alumnos, es esperable que durante las clases los estudiantes se enfrenten a una diversidad de textos que incluyan expresiones verbales, simbólicas y gráficas. Es importante que puedan analizarlas y favorecer el pasaje a otras expresiones más complejas.

En el proceso de construcción de sentido de un lenguaje científico se produce una paradoja: por un lado, los objetos matemáticos deberían preceder a su representación, pero es a partir de ella que se conceptualizan semióticamente. Estas representaciones semióticas son necesarias para una comunicación más precisa, e imprescindibles para la construcción futura del concepto.

Para facilitar este proceso, será necesario promover la producción y la lectura de textos que permitan su representación a partir de diversos lenguajes –desde el natural o coloquial hasta el simbólico –, teniendo en cuenta que esto supera la simple traducción y adquiere riqueza y precisión mediante la relectura de las conceptualizaciones.

Uso de la calculadora

La calculadora, y algunos software específicos, son herramientas al alcance de los alumnos y de empleo cotidiano en la sociedad. En este Diseño Curricular su uso estará presente en todos los ejes y núcleos sintéticos de contenidos, ya que permitirá mejores visualizaciones sobre las cuales elaborar conjeturas, prever propiedades, descartarlas o comprobarlas. Al utilizar estas herramientas, se desplaza la preocupación por la obtención de un resultado y la actividad se centra en la construcción de conceptos y en la búsqueda de nuevas formas de resolución.

La calculadora, contrariamente a lo esperado o intuido, es un potentísimo instrumento de cálculo; es motivadora, despierta el interés de los alumnos en la búsqueda de regularidades o bien genera interrogantes –por ejemplo, en el caso de obtener por multiplicación números más pequeños –. Por otra parte, constituye una herramienta de control neutral, ya que el alumno puede utilizarla para verificar sus estimaciones sin percibir reprobación ni crítica ante las respuestas equivocadas.

Su uso se hace imprescindible en un momento en que el cálculo algorítmico dio lugar a nuevas formas de pensar en la educación matemática. Según Nicholas Burbules, "las nuevas tecnologías son herramientas demasiado valiosas como para dejarlas fuera del aula. El imperativo es encontrar la conexión entre aquello que los jóvenes *se sienten motivados a hacer y aquello que como educadores consideramos que tienen que aprender*".[4]

[4] Burbules Nicholas, "Los problemas no se solucionan con prohibir las TIC, simulando que no existen. Las nuevas tecnologías son herramientas demasiado valiosas como para dejarlas fuera del aula", en Educ.ar. Buenos Aires, 2009. [http://portal.educ.ar/noticias/entrevistas/nicholas-burbules-los-problema.php]

Orientaciones para la evaluación

La evaluación en Matemática-Ciclo Superior se debe entender como un proceso continuo que involucra todas las actividades que el docente propone a sus alumnos; no está únicamente asociada a la calificación que surge de las evaluaciones escritas, en las cuales sólo se involucra la memorización de enunciados o la aplicación mecánica de reglas.

En una prueba escrita, el alumno resuelve problemas que el docente corrige. Esta corrección deberá considerar tanto la resolución del problema en su totalidad como el pertinente uso de las herramientas matemáticas. Esto implica evaluar que el estudiante, una vez realizada la operatoria necesaria, sea capaz de contextualizar los resultados obtenidos para construir respuestas coherentes a la situación planteada.

Supone también la capacidad de explicar y justificar los procedimientos elegidos para la resolución de un problema, mediante el uso del lenguaje matemático en sus diferentes variantes (coloquial, gráfico, simbólico) y la producción de un registro que permita comunicar los resultados de manera eficaz.

En estas condiciones, la evaluación es un proceso que brinda a docentes y alumnos elementos para conocer el estado de situación de la tarea que realizan juntos; como tal, representa una oportunidad de diálogo entre ambos. De este modo, la devolución de las evaluaciones escritas debe prever breves momentos de atención personalizada a los estudiantes, que complementen los comentarios que el docente realiza en los exámenes cuando los corrige. A su vez, los resultados observados en la corrección permiten al docente reorientar el proceso de enseñanza y planificar la tarea futura.

Es importante que los alumnos conozcan con claridad qué es lo que se espera que logren en relación con el contenido que se evalúa. Por lo general, la calificación final de una prueba sólo es reflejo de la distancia entre lo que se espera que ellos logren y lo efectivamente alcanzado, pero en ocasiones es difícil para los estudiantes darse cuenta de lo que el profesor considera importante a la hora de corregir. Por esto es indispensable que el docente explicite este tipo de cuestiones aunque las considere triviales.

Es necesario que se evalúen cuáles son los progresos de los jóvenes en relación con los conocimientos matemáticos evaluados y se les informe acerca de lo que se espera que mejoren; esto contribuye a la construcción del *oficio de alumno de Matemática*. En este sentido, el docente debe llevar registros personalizados de los progresos de los estudiantes y considerar, como un punto más a la hora de calificar, la distancia entre las construcciones de los mismos y los saberes matemáticos.

Cuando el docente califique a los alumnos, además de ponderar el estado de situación de cada uno de ellos, debe tener en cuenta el propio proceso de enseñanza de la materia y contemplar la distancia entre lo planificado y lo efectivamente realizado.

Bibliografía

Barbin, Evelyne; Douady, Regine (dir.), *Enseñanza de las matemáticas: relación entre saberes, programas y práctica*. IREM, Paris Topics Editions, 1996.

Batanero, Carmen; Godino, Juan, *Estocástica y su didáctica para maestros*. Madrid, Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática, 2002.

— — —, *Razonamiento combinatorio*. Madrid, Síntesis, 1994.

Berlinski, David, *Ascenso infinito. Breve historia de las matemáticas*. Buenos Aires, Debate, 2006.

Berté, Annie, *Matemática de EGB 3 al Polimodal*. Buenos Aires, A-Z Editora, 1999.

— — —, *Matemática Dinámica*. Buenos Aires, A-Z Editora, 1999.

Bishop, Alan, *Enculturación matemática. La educación matemática desde una perspectiva cultural*. Buenos Aires, Paidós, 1999.

Chevallard, Yves, *La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado*. Buenos Aires, Aique, 1997.

— — —; Bosch, Marianna; Gascón, Joseph, *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje*. Barcelona, ICE/ Horsori, 1997.

Corbalan, Fernando, *La matemática aplicada a la vida cotidiana*. Barcelona, Grao, 1998.

D´Amore, Bruno, *Bases filosóficas, pedagógicas, epistemológicas y conceptuales de la Didáctica de la Matemática*. México, Editorial Reverté, 2006.

— — —, "Conceptualización, registros de representaciones semióticas y noética: interacciones constructivisticas en el aprendizaje de los conceptos matemáticos e hipótesis sobre algunos factores que inhiben la devolución" en *Revista Uno nº35*. Barcelona, 2004.

— — —, *La complejidad de la noética en matemáticas como causa de la falta de devolución*. Bogotá, Universidad Pedagógica Nacional, 2002.

— — —, "La didáctica de la Matemática a la vuelta del milenio: raíces, vínculos e intereses" en *Revista Educación Matemática nº 12*. México, 2000.

Del Valle de Rendo, Alicia; Vega, Viviana, *Una escuela en y para la diversidad*. Buenos Aires, Aique, 2006.

Fischbein, Efraim, "The evolution with age of probabilistics, intuitively based misconceptions" en *Journal of research in Mathematical Education*, NCTM, 1997.

— — —; Vergnaud, Gérard, *Matematica a scuola: teorie ed esperienze*. Bologna, Pitagora Editrice, 1992.

Ghersi, Italo, *Matematica Dilettevole e curiosa*. Milano. Ulrico Hoeplie Edittore. 1978.

Guzmán, Miguel, Aventuras matemáticas. Madrid, Pirámide, 1997.

Gvirtz, Silvina; De Podestá, María Eugenia (comp.), *Mejorar la escuela. Acerca de la gestión y la enseñanza*. Buenos Aires, Granica, 2004.

Imbernón, Francisco (coord.), *La educación en el siglo XXI. Los ritos del futuro inmediato*. Barcelona, Graó, 2000.

Klimovsky, Gregorio, *Las desventuras del conocimiento científico. Una introducción a la epistemología*. Buenos Aires, AZ editora. 1994.

Larson, Ron; Hostetler, Robert; Edwards, Bruce, *Cálculo I*. México, McGraw-Hill, 2006.

Litwin, Edith (comp.), *Tecnología Educativa*. Buenos Aires, Paidós, 1995.

Medina Rivilla, Antonio; Mata, Francisco Salvador, *Didáctica General*. Madrid, Prentice may, 2003.

Meirieu, Philippe, *La opción de educar*. Barcelona, Octaedro, 2001.

Nelsen, Roger, *Proofs without words II: more exercises in visual thinking.* Washington, DC: Math. Assoc. Amer., 2001.

Odifreddi, Piergiorgio, *La Matemática del siglo XX. De los conjuntos a la complejidad*. Buenos Aires, Katz, 2006.

Ortega, Tomás, *Conexiones matemáticas. Motivación del alumnado y competencia matemática*. Barcelona, Grao, 2005.

Panizza, Mabel, *Razonar y conocer*. Buenos Aires, Libros del Zorzal, 2005.

Parra, Cecilia; Saiz, Irma (comps.), *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones*. Buenos Aires, Paidós Educador, 1994.
Plagia, Humberto; Bressan, Ana; Sadosky, Patricia, *Reflexiones teóricas para la educación matemática*. Buenos Aires, Libros del Zorzal, 2005.
Rancière, Jaques, *El maestro ignorante*. Barcelona, Laertes, 2003.
Uno, "Evaluación en Matemática", en *Revista Uno* nº 11. Barcelona, Graó, 1997.
— — —, "La gestión de la clase de Matemática", en *Revista Uno* nº 16. Barcelona, Graó, 1997.
Rico, Luis (coord.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria*. Barcelona, ICE/ Horsori, 1997.
Sadosky, Patricia, *Enseñar Matemática hoy. Miradas, sentidos y desafíos*. Buenos Aires, Libros del Zorzal, 2005.
Sessa, Carmen, *Iniciación al estudio didáctico del Algebra*. Buenos Aires, Libros del Zorzal, 2005.
Vergnaud, Gèrard, *Aprendizajes y Didácticas: ¿qué hay de nuevo?* Buenos Aires, Edicial, 1997.
Wolton, Dominique, *Internet y después*. Barcelona, Gedisa, 2000.

Recursos en Internet

Dialnet, http://dialnet.unirioja.es/servlet/autor?codigo=219055

Educ.ar, el portal educativo del Estado argentino, http://www.educ.ar/educar/

Enseñanza Virtual y TIC en la Facultad de Educación, http://www.edulab.ull.es/tecedu.

La Dimensión Fractal, http://www.oni.escuelas.edu.ar/olimpi99/fractales/dimen.htm.

Matemática General, Escuela de Matemática, Instituto Tecnológico de Costa Rica, http://www.cidse.itcr.ac.cr/cursos-linea/MATEGENERAL/index.htm

Organización de Estados Iberoamericanos, Para la Educación, la Ciencia y la Cultura, http://www.campus-oei.org/oeivirt/edumat.htm

Redemat.com, recursos de matemáticas en Internet, http://www.recursosmatematicos.com/

Revista digital matemática, Educación e Internet, http://www.cidse.itcr.ac.cr/revistamate/

Revista Virtual Matemática, Educación e Internet, http://www.cidse.itcr.ac.cr/revistamate/Herramientas/Recta/Recta.html

Sector Matemática, artículos, http://www.sectormatematica.cl/articulos.

Sector Matemática, revistas, http://www.sectormatematica.cl/revistas.htm

Universidad de Granada, http://www.ugr.es/local/jgodino

Universidad Nacional de Luján, http://www.unlu.edu.ar/~dcb/matemat/geometa1.

Wikipedia, http://es.wikipedia.org/wiki/Esponja_de_Menger
Wolfram Demostrations Project,
http://demonstrations.wolfram.com;
http://demonstrations.wolfram.com/TheMengerSponge/;
http://demonstrations.wolfram.com/RecursiveExercisesI/;
http://demonstrations.wolfram.com/RecursiveExercisesVNestedTriangles/;
http://demonstrations.wolfram.com/PeanoCurveExplorer/
Wolfram MathWorld, built with Mathematica Technology,
http://mathworld.wolfram.com/ProofwithoutWords.html;
http://mathworld.wolfram.com/SierpinskiSieve.html.

DIRECCIÓN GENERAL DE **CULTURA Y EDUCACIÓN**

Buenos Aires
LA PROVINCIA