Desafío matemático 2005

Programa
Maestros y profesores enseñando y aprendiendo

Proyecto
Fortalecimiento de la enseñanza de la matemática
en la Educación Primaria Básica

Dirección General de Cultura y Educación
Gobierno de la Provincia de Buenos Aires

Subsecretaría de Educación

Desafío matemático 2005

Programa
Maestros y profesores enseñando y aprendiendo

Proyecto
Fortalecimiento de la enseñanza de la matemática
en la Educación Primaria Básica

Material destinado a equipos docentes,
directivos e inspectores

Coordinación Pedagógico Operativa
Prof. Liliana Chiesa
Lic. Sofía Spanarelli

Especialistas
Prof. Julio Brisuela
Prof. María Teresita Chelle
Prof. Alicia González Lemmi
Prof. Silvina Petersen
Prof. Mónica Salgado

Documento de apoyo para la capacitación

DGCyE / Subsecretaría de Educación

Dirección General de Cultura y Educación
Dirección Provincial de Planeamiento
Dirección de producción de contenidos
calle 13 entre 56 y 57 (1900) La Plata
Provincia de Buenos Aires

dir_contenidos@ed.gba.gov.ar

Índice

Presentación

El Desafío matemático es un dispositivo de enseñanza de la matemática que promueve la implementación del enfoque de resolución de problemas y la reflexión sobre lo realizado. Esta propuesta, llevada adelante por la Dirección de Educación Primaria Básica (EPB), se desarrolla en el marco del Proyecto de Fortalecimiento de la Enseñanza de la Matemática (FEM) en la EPB en coordinación con el Programa Maestros y Profesores enseñando y aprendiendo Matemática que impulsa la Dirección de Capacitación. Si bien en la primera etapa de implementación impacta sobre el segundo ciclo, la dinámica aspira a instalarse en toda la Educación Primaria Básica.

La Dirección General de Cultura y Educación de la provincia de Buenos Aires ha propuesto un enfoque que favorece el logro de una vinculación diferente de las personas con la matemática y, sobre la base de esa idea, desarrolla diversas estrategias que promueven la implementación del enfoque de la resolución de problemas. Por ejemplo, en 2002, se desarrollaron capacitaciones a docentes y directivos. En 2003, se realizaron experiencias de resolución de problemas en aulas de matemática de cuarto año de la EPB de 75 escuelas bonaerenses y, al año siguiente, se comenzaron a elaborar los materiales didácticos con los que se desarrollaron los encuentros de capacitación para docentes. Durante 2005, de modo complementario con las capacitaciones a docentes de matemática y directivos de Educación Primaria Básica de la provincia, los alumnos y docentes de matemática de cuarto año, los supervisores del área y los directivos desarrollaron las cuatro etapas del Desafío matemático.

El propósito de este tipo de trabajo no tiene que ver solamente con que los alumnos aprendan matemática, sino que desarrollen competencias como saber escuchar y comprender los argumentos y puntos de vista de otras personas, argumentar para defender las posturas propias o para consensuar, todas ellas relacionadas con la convivencia democrática. A su vez, los procedimientos que supone el enfoque de la resolución de problemas y la reflexión sobre los procesos realizados implican la posibilidad de trabajar con las diferentes maneras de aprender y de realizar procedimientos que poseen los alumnos. Es decir, se trata de tomar en cuenta la diversidad en el aula de matemática –una dimensión que el trabajo expositivo del maestro no contempla– y de posicionar las actividades en términos de no competencia, con vistas a que todos los alumnos participen sumando sus acciones, estrategias, decisiones y elecciones para conseguir la mejor producción común que los represente.

Por todo ello, esta publicación recupera, por un lado, testimonios y ejemplos representativos de las producciones de los alumnos que participaron en las distintas etapas del Desafío matemático y, por otro, sistematiza los procesos y abordajes realizados en las jornadas de capacitación desarrolladas con docentes, directivos y supervisores. En este sentido es que se propone compartir las experiencias, materiales didácticos y otros insumos puestos en juego en esos encuentros, con la intención de que motiven nuevas oportunidades de enseñanza y aprendizaje en futuras instancias.

Introducción

La matemática, ciencia desarrollada por la humanidad, supone una oportunidad de evolución y no un obstáculo como muchas personas parecen creer. ¿Qué significa saber matemática? Como dice Brousseau "saber matemática no es sólo aprender las definiciones y los teoremas,[1] para reconocer la ocasión de utilizarlos y aplicarlos; nosotros sabemos bien que hacer matemática implica que uno se ocupe de los problemas. No hacemos matemática sino cuando nos ocupamos de problemas, pero a veces se olvida que resolver un problema no es más que una parte del trabajo. También es importante plantearse preguntas, construir y utilizar un lenguaje, formular razonamientos, dar prueba de sus conclusiones, distinguir en qué situaciones un conocimiento es útil y en cuáles no. Es importante provocar la reflexión de los alumnos sobre sus producciones y conocimientos y para ello, la herramienta principal es la organización de tareas de discusión, de confrontación, en las que hay que comunicar, probar, demostrar" y realizar procedimientos que, en toda la Educación Primaria Básica, también suponen que los niños puedan explicar, justificar, argumentar, dar ejemplos y contraejemplos, etcétera.

Por ello, enseñar matemática es hacer que los alumnos hagan matemática mediante la resolución de problemas y actividades que se les presentan y reflexionen y discutan acerca de lo realizado, puedan conjugar el saber y el saber hacer. En ese sentido, esta perspectiva de enseñanza requiere que el docente organice situaciones de enseñanza y, por supuesto, de estudio, de modo que todos los alumnos tengan la posibilidad de poner en juego los saberes adquiridos formal o informalmente para encontrar soluciones de problemas, comunicar procedimientos utilizados con lenguaje común o el lenguaje simbólico de la matemática aprendido en situaciones que le den significado, debatir ideas acerca de nociones y propiedades de números y figuras, hacerse preguntas, entre otras cuestiones. El docente deberá aceptar los saberes provisorios que van construyendo los alumnos pero deberá, a la vez, organizar instancias en las que los alumnos avancen en sus conocimientos hacia los saberes más cercanos a los convencionales.

Es responsabilidad de los docentes "preservar los conceptos fundamentales, las palabras y símbolos necesarios para utilizarlos, los ejercicios para aprenderlos, las situaciones que le dan sentido",[2] pero esto no implica que para lograr este propósito se instaure rápidamente un discurso vacío de significado para los alumnos. Gracias a estos discursos los alumnos terminan creyendo que la matemática es ajena a ellos y que la matemática que se aprende en la escuela es "para la escuela". Sucede cuando los conocimientos que aprendieron en otras ocasiones formal o informalmente, no los utilizan y sólo escuchan y repiten definiciones, propiedades. Cuando se presenta directamen-

[1] En la Educación General Básica serían las regularidades que "descubren" los alumnos, tanto aritméticas como geométricas.
[2] Dilma Fregona, especialista argentina en Didáctica de la Matemática.

te la matemática formal hace que los niños tengan un vínculo que obstaculiza su aprendizaje y produce una fobia a la matemática que perdura hasta la adultez. Tanto es así que incluso algunas personas que se desempeñan perfectamente en otras áreas de conocimiento mantienen un vínculo conflictivo con la matemática.

Propósitos

- Promover el enfoque de resolución de problemas y reflexión sobre lo realizado como eje de trabajo en la enseñanza de la matemática tal como lo proponen los documentos curriculares de nuestra jurisdicción.

- Fortalecer el rol de capacitadores de los supervisores areales, en tanto tutores y referentes de los directores y maestros involucrados en el Proyecto.

En la búsqueda de la concreción de estos propósitos y con el doble objetivo de capacitar a los "supervisores tutores" y a los directivos y maestros de cuarto año de escuelas urbanas, se diseñaron materiales de apoyo y organizaron encuentros de capacitación en forma conjunta entre las direcciones de Educación Primaria Básica y de Capacitación. El primer encuentro de capacitación de "supervisores tutores" se realizó en septiembre de 2004 en la ciudad de Mar del Plata y el segundo, el 14 de junio del 2005, en La Plata. Con el objetivo de poner en marcha la capacitación de directivos y maestros, en distintas ocasiones, los "supervisores tutores" también fueron asistidos técnicamente por los especialistas del equipo técnico central conformado por las direcciones de Educación Primaria Básica y de Capacitación y de los equipos técnicos regionales de la Dirección de Capacitación. Así, al tiempo que se desarrollaba la capacitación de los supervisores, se realizaron visitas a las escuelas, se organizaron trabajos con directivos y maestros y se crearon espacios para la reflexión sobre la enseñanza de la matemática en las instituciones y las instancias áulicas, distrital, regional y provincial del Desafío matemático.

En este contexto, todos los alumnos de cuarto año de las escuelas urbanas de la provincia participaron de la resolución de un problema que proponía el **Desafío matemático áulico**. Ese encuentro se desarrolló el 2 de agosto de 2005 en todas las escuelas urbanas de la provincia. En el primer momento, los alumnos trabajaron en forma individual y luego, reunidos en pequeños grupos, discutieron y argumentaron acerca de los procedimientos que cada uno había puesto en práctica. Luego de la discusión, cada grupo eligió la resolución que había evaluado como "la más acertada"; en cambio, en los casos en los que no encontraron una producción satisfactoria, elaboraron otra en forma conjunta. Finalmente, expusieron y defendieron los diferentes procedimientos elegidos en los pequeños grupos para elegir o elaborar la solución y el procedimiento que representaría al grupo total de la clase. Los alumnos eligieron un representante "titular" y otro "suplente" por escuela, que serían los que participarían en la etapa siguiente. La elección estuvo a cargo de los alumnos quienes, democráticamente, votaron su representante sin que esto debiera significar más distinción que el compromiso de llevar la representación de su grupo a la siguiente instancia.

De todo el trabajo desarrollado en las diferentes áreas de supervisión, los "inspectores tutores" enviaron a los referentes regionales del equipo de técnicos del área de matemática el registro de la clase realizado por el docente a cargo y las resoluciones de los alumnos que habían considerado sobresalientes en algún aspecto.

El **Desafío matemático distrital** se realizó el 7 de septiembre; lo llevaron a cabo los supervisores con la colaboración de maestros de cuarto año. En este encuentro, si bien se trabajó con un problema diferente, la mecánica de trabajo fue idéntica a la primera, los alumnos trabajaron individual y grupalmente y los coordinadores realizaron los registros y lo enviaron a los referentes junto con la solución y los procedimientos elegidos como representativos del grupo distrital. Se eligieron dos alumnos por distrito para que participaran de la instancia siguiente.

En la instancia distrital comenzó a tener fundamental importancia el trabajo desarrollado por todos los actores del Desafío para concientizar a los alumnos sobre los términos de "no competencia" en los que se plantea el Desafío (tarea ya comenzada en la instancia áulica). De esta manera, el ejercicio de actitudes democráticas para la elección de representantes del distrito resultó de singular importancia. En la mayoría de los casos, las actividades previas a la resolución del problema se pensaron cuidadosamente, con el objeto de producir la mejor interacción entre los participantes. El **Desafío matemático regional** se realizó el 5 de octubre con la misma dinámica que se había implementado en los encuentros anteriores. En este caso, y ante la experiencia acumulada en las otras instancias del Desafío, la elección de las actividades previas estuvo a cargo de los organizadores regionales, lo que reforzó la interacción entre los alumnos mediante un estilo de problema que, a partir de la multiplicidad de situaciones que presentara, promoviera la discusión entre los integrantes de los pequeños grupos y los ayudara a poner en juego sus capacidades (en algunos casos, no descubiertas hasta entonces). Esta instancia también supuso la elaboración de un registro que se envió a los respectivos referentes regionales. Se eligieron dos representantes por cada región, que luego debieron concurrir a La Plata para participar del **Desafío matemático provincial**, instancia de la que participaron 50 alumnos de toda la provincia.

En el Desafío matemático provincial, que se llevó a cabo en La Plata, los niños estuvieron acompañados por un maestro y un supervisor. En esta jornada, al tiempo que los niños trabajaban en la resolución, los acompañantes participaron de un intercambio de vivencias y pareceres con los capacitadores y autoridades del equipo técnico central y equipos técnicos regionales del área de matemática de EPB.

1 El desafío matemático 2005

La estrategia del Desafío matemático 2005 promovió el enfoque de la resolución de problemas y la reflexión sobre lo realizado, un estilo de trabajo para la enseñanza de la matemática en el que se revaloriza el rol del docente como el del *enseñante* y en el que se pretende que las intervenciones se produzcan cuando resulten necesarias y oportunas, de modo que los alumnos les encuentren significado más fácilmente.

Para que el docente pueda intervenir en los momentos oportunos y necesarios, se supone que debe *anticipar* el sentido y la dinámica de lo que ocurrirá en la clase. Para ello, tiene que resolver previamente los problemas que presentará a los alumnos, con el objetivo de:

- verificar que el contenido que pretende abordar funcione como la herramienta temporalmente más económica para su resolución;

- ponderar la pertinencia del problema para que los alumnos puedan interpretarlo con los conocimientos que disponen y, al mismo tiempo, les plantee un desafío;

- verificar que el contenido esté ubicado adecuadamente en la secuencia elaborada y que la misma contemple reinversiones de los conocimientos que se vayan aprendiendo;

- hipotetizar, con la información recopilada, tanto acerca de los procedimientos que los alumnos realizarían para abordar el problema como de las posibles intervenciones que podría hacer para instalar un nuevo concepto que pretenda enseñar.

En estos términos, con la resolución de problemas se pretende que el docente cuente con una variedad de problemas que le permita trabajar cada concepto matemático y que los alumnos se "hagan cargo de la resolución"; es decir, que en determinados momentos trabajen en forma individual y que, en otros, reunidos en pequeños grupos, revisen las producciones individuales valorando las opiniones de todos; que puedan determinar, en un clima de trabajo democrático, cuál es la mejor solución para determinado problema y elegir un representante que la explique y defienda en la puesta en común con el grupo total. En la etapa posterior de la resolución, también se espera que cada grupo construya la exposición que presentará el representante de cada grupo.

En relación con las perspectivas relacionadas con el grupo áulico total se pretende que los alumnos sean capaces de valorar las exposiciones de cada pequeño grupo; que puedan determinar cuál es la mejor solución del problema y escuchar al docente cuando este coordina el cierre del trabajo realizado.

Por eso, el docente deberá intervenir pertinentemente en los diferentes momentos de trabajo (individual, pequeños grupos y grupo total); realizar un uso constructivo de los errores que detecte; rescatar los aspectos que considere importantes para cada exposición, y registrarlos y emplearlos en momentos adecuados; presentar el contenido que motiva la clase; proponer registros de las actividades realizadas en los cuadernos de los alumnos y plantear otros problemas con el objeto de enriquecer el significado del contenido en cuestión.

Primera etapa. El Desafío matemático en las aulas

La situación problemática planteada a los alumnos en esta etapa tenía una única solución, aunque se podía resolver por diferentes caminos. El enunciado del problema era el siguiente:

> Un nuevo álbum de figuritas de animales tiene 10 páginas. En total hay que pegar 50 figuritas distintas.
> En cada página se pueden pegar como máximo 6 figuritas y como mínimo 3.
> El álbum tiene 4 páginas en las que hay que pegar exactamente 6 figuritas en cada una, y no hay ninguna página en la que se vayan a pegar exactamente 4 figuritas.
> ¿En cuántas páginas se pegan solamente 5 figuritas y en cuántas solamente 3?

Esta posibilidad de resolver el problema mediante diferentes procedimientos puso en evidencia un aspecto importante del contrato didáctico que se percibe en muchas aulas de matemática: la mayoría de los alumnos, cuando deben resolver un problema en el ámbito escolar, necesariamente realizan cuentas como medio de validación previa al análisis de lo realizado.

En distintas experiencias realizadas en el contexto del Desafío matemático áulico, este tipo de construcción realizada por los alumnos supo entorpecer la resolución del problema. Se evidenciaba la necesidad de establecer una metodología de trabajo que les permitiera validar las diferentes propuestas elaboradas, de modo que pudieran llegar a respuestas aceptables y controlar su validez.

Por otra parte, la mecánica del desafío –por la que se construyen materiales para las exposiciones grupales y afiches con producciones finales– apunta a diferenciar el material de trabajo áulico del que se construye para comunicar sus resultados. Este último se construye sobre la base de la información registrada en el primero, que es reorganizada y completada para que pueda ser comunicable a diferentes destinatarios. En los registros que se sistematizan a continuación pueden observarse diferentes situaciones relacionadas con estos aspectos.

Registros y análisis de casos

Primer caso

El registro de esta experiencia estuvo realizado por una referente del proyecto de Fortalecimiento de la enseñanza de la matemática en la EPB. La docente que coordinaba la clase había recibido el planteo de la problemática el día anterior a su desarrollo, pero no había realizado previsiones didácticas, de modo que la referente colaboró con ella y las realizaron en el momento anterior al desarrollo del Desafío.

La maestra les entrega a los alumnos una fotocopia con el planteo de la problemática y les dice que trabajarán del mismo modo como lo venían haciendo los días anteriores (la directora había colaborado con esta docente, ayudándola a organizar y dar las clases). Luego, lee la problemática en voz alta para todos los alumnos, y todos comienzan a trabajar.

- Alumna 1: ¿En una hoja entran 6?
- Alumna 2: ¿Qué quiere decir "máximo"?
- Docente: Que a partir de ahí no te podes pasar.
- Alumna 2: ¿Y "como mínimo"?
- Alumno 3: Lo mismo, que menos de eso no podés [La maestra les dice que pueden imaginarse un álbum y que están colocando las figuritas].
- Alumna 1: ¿Pero acá dice que tiene 10 páginas y tiene páginas con 6?
- Docente: [Lee nuevamente el enunciado] Te dice que en 4 páginas hay 6 figuritas.
- Alumna 1: [lee] ¡Ah, en cada una! Hay en total 10 páginas.
- Alumno 4: Yo ya lo hice [puso 4 páginas de 6 figuritas; 4 de 5 y 2 de 3].

Dos alumnos preguntan nuevamente qué significa máximo y mínimo, mientras tanto, la maestra copia en el pizarrón los datos que ellos van diciendo: "10 páginas – 50 figuritas; máximo 6, mínimo 3". Dos alumnos repiten la consulta porque continúan sin entender la problemática. La maestra les dice "el álbum tiene 4 páginas que tienen 6 figuritas pegadas, en cada página". El alumno entiende.

Algunos alumnos comenzaban a levantarse de sus lugares para consultar con la maestra si la resolución que habían hecho estaba bien. Como la docente accedía a las consultas y les contestaba de forma personalizada, la referente intervino para decirles a los chicos que con la información que la maestra les había leído y entregado en las fotocopias y luego anotado en el pizarrón era suficiente para que trabajaran solos y que, si alguno terminaba antes, debía esperar que sus compañeros también lo hicieran.

Luego, cuando todos terminaron, la docente los agrupó "al azar" (en 4 grupos de 4), sin tener en cuenta qué procedimientos había realizado cada uno; les dio la consigna para que eligieran uno de los procedimientos por grupo y un representante para que lo explicara al grupo total.

Los miembros del grupo 4 no se ponían de acuerdo para seleccionar el procedimiento porque todos eran iguales; los del grupo 3 eligieron a una de las niñas "por amiguismo", ya que se trataba de la líder del curso, la que siempre hace todo bien; en el grupo 2 también eligieron a una compañera; sin embargo, ella no quiso pasar a explicar lo que había hecho. En el momento del desarrollo explicativo, se pudo observar los procedimientos realizados por cada grupo, lo dijeron así:

> El representante del **grupo 1**, dibujó las páginas y las figuritas correspondientes a cada una: "Puse 4 páginas de 6 figuritas; 4 de 5 y 2 de 3", explicó. Debajo de los dibujos escribió las cuentas que había hecho después de haberlas dibujado, de modo de poder asegurarse de que estaba bien resuelto.
>
> 6 x 4 = 24 4 x 5 = 20 2x 3= 6
> 24 + 20 + 6 = 50
>
> La representante del **grupo 2**, explicó: "Hay 10 páginas, se pegaron 6 figuritas, entonces: 6 x 4 = 24; 5 x 2 = 10; 30 x 2 = 60; 5 x 4 = 20. O sea: 24 + 20 + 30 = 74
> Explica que primero había hecho esas cuentas, pero que luego se dio cuenta de que se pasaba porque le daba como resultado 74 figuritas, pero eran 50. Luego hizo los dibujos con las hojas y las figuritas.

Los niños del **grupo 3** habían elegido a una niña (niña 1) como expositora, pero cuando la referente del proyecto observó los procedimientos de los otros integrantes del grupo, observó que los argumentos que había utilizado otra compañera (niña 2) para defender su producción eran mejores. Entonces, les propuso que imaginaran que llegaba una docente de otra aula y que ellos tenían que contarle lo que estaban haciendo. Para eso, debían mostrarle los procedimientos de las dos alumnas; la pregunta que se instalaba era: ¿con cuál de los procedimientos podría la visita entender mejor el problema? Los alumnos dijeron que con la explicación de la niña 1, de modo que la referente les volvió a leer los argumentos de cada una porque los dibujos eran iguales. La niña 1 había escrito "primero leí el problema, después pensé y lo hice de otra forma; después de otra hasta que por fin lo logré y así lo logré". La niña 2 escribió "primero dibujé las 10 páginas y puse 6 figuritas en 4 páginas como decía el problema; después fui contando 5 figuritas en 4 páginas y 3 figuritas en 3 páginas en las hojas que me sobraban. Fui probando". En esta oportunidad, todos expresaron que entendían más con el de la niña 2.

Por último, el representante del **grupo 4** explicó el procedimiento que había empleado: "puse 10 páginas y dibujé 6 figuritas; después 2 páginas de 3 figuritas y 4 de 5".

Cuando tuvieron que elegir el representante y el suplente del curso, se decidieron por una de las niñas y uno de los niños. Luego copiaron las producciones en un afiche; escribieron el problema en el cuaderno, junto con el ejercicio que había hecho cada uno y colocaron los nombres de los seleccionados. Para finalizar, la maestra hizo hincapié en que todos las producciones estaban bien, aunque algunas estaban mejor explicadas que otras.

Análisis

Luego, sobre la base del registro del desarrollo del Desafío, la referente conversó con la docente y realizó una devolución en la que consideró diferentes aspectos de la coordinación, como los siguientes:

Con respecto a las intervenciones relacionadas con la validación, cuando los chicos le preguntaban "uno por uno" si estaba bien lo que habían hecho, ella debería haber mantenido la incertidumbre. De modo similar, en vez de aclararles el significado de términos como "máximo" o "mínimo" ella podría haberlos estimulado para que lo construyeran por sí solos o por algún otro camino [como se podrá observar en el segundo caso].

Con respecto a la decisión de organizar los grupos "por azar", hubiera sido conveniente que reparara en que algunos grupos quedaron conformados homogéneamente, por chicos que habían hecho el mismo procedimiento, lo que dificultaba que pudieran confrontar y discutir.

Mientras en la puesta en común de todos los grupos solo copió en el pizarrón las producciones seleccionadas, podría haber cuestionado, preguntado, interrogado a los grupos para que justificaran sus elecciones, ya que hubo alumnos que hicieron cuentas y a la hora de la explicación no fueron consideradas.

Segundo caso

Esta experiencia fue coordinada por la directora de la escuela y una capacitadora. En el aula, los alumnos estaban sentados en bancos "de a dos". En el primer momento, la directora les dio la consigna: de modo individual, los niños debían realizar una lectura individual del planteo del problema [podían leerlo todas las veces que fuera necesario] y resolverlo según el modo que le resultara más fácil a cada alumno [podían usar dibujos o gráficos]. Luego, una vez resuelto el problema, tenían que juntarse con sus compañeros e intercambiar ideas y formas de resolución; entonces, una vez que hubieran comparado todos los mecanismos posibles, tenían que elegir la resolución más conveniente o que más les hubiera gustado a todos. Luego de seleccionarla, debían escribirla en una hoja y explicar la resolución del problema al resto de los grupos.

Los alumnos se pusieron a trabajar y en los primeros momentos de la tarea comenzaron a hacer preguntas y comentarios como los siguientes: "¿qué cuenta hay que hacer?" "¿Cuántas cuentas?" "¿Cuánto da?" "No entiendo el problema", etc. La directora los orientaba sin decirles qué era lo que tenían que hacer, les repreguntaba o reformulaba el planteo para que ellos pudieran pensar otras formas de resolver que no fueran cuentas. Muchos chicos no sabían qué hacer, algunos hacían dibujos, otros multiplicaban y mostraban sus resultados "50 x 10 = 50" o "50 x 10 = 500" y luego preguntaban si estaba bien.

Cuando la directora les preguntó qué significaban los números 50 y 10 respondieron, pero cuando les consultó por el significado del número hallado no sabían responder; por eso, después también se promovió la reflexión acerca de si multiplicar "50 por 10" podía dar nuevamente 50.

La actividad fue interrumpida por el tiempo de recreo. Cuando los chicos regresaron a la sala, debieron agruparse en equipos de cuatro compañeros. El grupo 2 –el de los niños a los que la maestra los hacía trabajar juntos por ser "los más lentos"– se había conformado de manera automática y sus integrantes no interactuaban con el resto de la clase; los demás se agruparon como quisieron, de manera espontánea. Solo un niño –el que la directora caracterizó como "un chico con muchos problemas familiares y dificultades de expresión"– no quiso trabajar con nadie.

Cuando la directora advirtió que los niños no habían comprendido el problema, solicitó ayuda a una capacitadora del proyecto y juntas coordinaron una nueva instancia de reflexión con todos los alumnos. La capacitadora planteó una serie de preguntas a modo de "teatralización" o puesta en escena de la situación, en la que les hizo reflexionar sobre el problema concreto, entonces dialogaron:

–¿De qué se trata el problema?
–De un álbum de figuritas –respondieron los chicos–.
–Supongamos que ustedes tienen ese álbum de figuritas –la referente hizo como si lo tuviera en la mano–, ¿qué características tiene? –los chicos hablaban entre sí–, ¿Qué dice el problema al respecto, es rojo, es chico o grande, etcétera?
–Es un álbum, no se sabe de qué color es, pero tiene 10 páginas.
–¿Y qué más tenemos que sirve para el álbum?
–Figuritas.
–¡Muy Bien! ¿Cuántas?
–50.
–¿Qué tengo que hacer con las figuritas?
–Pegarlas en el álbum.
–¿Tengo que pegar cualquier número de figuritas en las hojas o hay algo que dice el problema que no me permite pegar a mi gusto?
–Sí, que tiene que ser menor de 6.
–Bien, ¿quiere decir que puedo pegar 1 figurita por hoja?
–Sí.
–¿Qué quiere decir máximo 6 y mínimo 3? [nadie responde]
–Si a uno de ustedes su mamá le da $10 y le dice que pueden gastar más de $2 pero hasta $5, ¿qué quiere decir?

–Que podemos gastar $2 o 3 o 4 o 5.
–Entonces, ¿qué querrá decir “máximo 6” y “mínimo 3”?
–Que se pueden pegar 3 o 4 o 5 o 6.
–Lean nuevamente en el problema, ¿les indica en cuántas páginas pegar un número determinado de figuritas, por ejemplo 3, 4, 5 o 6?
–En cuatro hojas hay que pegar 6 figuritas.
–Muy bien, ¿y cuántas hojas tiene el álbum?
–10.
–¿En cuántas pegamos 6 figuritas?
–En 4.
–Entonces ya no tengo las 10 hojas libres, ¿cuántas quedarán?
–Quedan menos.
–Luego, en las páginas que me quedan, ¿qué número de figuritas puedo pegar?
–3, 4 o 5.
–¿Están seguros? Lean nuevamente el problema.
–4 no se pueden pegar.
–¿Entonces cuántas se pueden pegar?
–3, 5 o 6.
–¿Pero no pegamos ya las 4 páginas con 6 figuritas?
–¡Sí!
–¿Entonces cuántas puedo pegar ahora?
–3 o 5.
–¡Bien!, ¿se entendió ahora el problema?
–Sí.
–¿Lo pueden explicar?

Los alumnos –guiados por la directora– relataron la información que daba el planteo del problema y luego se pusieron a trabajar más entusiasmados porque creían que podrían resolverlo. Los alumnos más acostumbrados a realizar solo cuentas –los que la docente llama “rápidos”– no pudieron organizarse para empezar a calcular. Solo un grupo y el alumno que trabajó solo pudieron arribar a la solución.

Resulta interesante rescatar el proceso que hizo el grupo de los “más lentos”. Primero calcularon que “6 x 4 = 24” y que 24 era la cantidad de figuritas que ya se habían usado. Entonces cortaron solo 26 y, como eran 5 alumnos y hacían falta 6 “hojas”, le pidieron a la directora que participara con ellos; repartieron las 26 figuritas agrupadas en montoncitos de a 5 y de a 3. Así, cuatro de ellos se quedaron con 5 figuritas y dos con 3. Luego, al momento de validar la resolución, este grupo pudo explicar que habían cortado solamente 26 figuritas porque la respuesta al problema era que el álbum tenía 4 páginas de 5 figuritas y dos de 3.

En la resolución estos chicos pudieron homologar las páginas con ellos mismos; por eso se dieron cuenta que necesitaban alguien más para poder repartir y llamaron a la directora. Estaban muy contentos por haber resuelto el problema y porque fueron los primeros en explicar a sus compañeros cómo se resolvía.

El alumno que trabajó solo dibujó las 10 páginas dentro de un marco más grande con el que había representado el álbum. Luego repartió las 4 páginas con las 6 figuritas (todo en el dibujo) y las pintó de amarillo; así fue probando y dibujando hasta que logró 4 páginas de 5 figuritas (las pintó de rojo) y 2 páginas de 3 figuritas (que pintó con azul). También pudo explicar su producción a sus compañeros.

Sobre el límite de tiempo del **Desafío**, antes de que comenzara el recreo, los grupos entregaron las hojas con la representación de lo que habían realizado y salieron al patio. En este caso, la directora y la capacitadora seleccionaron a uno de los alumnos que trabajaron con material concreto, un chico que pudo explicar y validar el procedimiento que había realizado para que participara en la instancia siguiente para representar a la institución.

Análisis

Con este caso, a diferencia del anterior, se puede apreciar cómo la intervención docente –que clarifica el significado de los términos "máximo" y "mínimo" que había suscitado problemas de interpretación en casi todos los casos– supera las prácticas tradicionales cuando devuelve la responsabilidad de la interpretación a los alumnos, cuando no les da la respuesta; cuando les permite evidenciar, por sí mismos, que han comprendido las partes del enunciado, aunque necesiten el aporte del docente para validar sus hipótesis, lo que constituye otra marca del contrato didáctico vigente en muchas aulas de matemática: los alumnos necesitan la autorización del docente para poder ejercer autonomía en el trabajo escolar.

Para la formación de los grupos se respetó la organización con la que trabajaba habitualmente la docente a cargo del curso; luego de la experiencia la capacitadora charló con la maestra acerca de las decisiones tomadas para agrupar. En el primer caso, fueron los mismos alumnos los que eligieron a los representantes que mejor explicaban, tal como se había planificado desde el proyecto **Desafío**, sin embargo, en esta clase ello no se hizo.

Tercer caso

Cuando finalizó el recreo, ingresamos con los niños al salón. La docente entregó el enunciado de la situación problemática a cada alumno y lo leyó en voz alta para todos. Luego les pidió que lo releyeran y resolvieran individualmente. Mientras cada uno avanzaba con los procedimientos, la maestra pasaba por las mesas y controlaba el tiempo. Algunos decían que no entendían, otros mostraban los primeros pasos de la resolución o pedían ayuda [tanto a la maestra como a la capacitadora del proyecto]. Luego la maestra les pidió que se reunieran en grupos de 4 o 5 integrantes para poner en común las resoluciones y elegir la propuesta que les pareciera más apropiada. Y una vez que resolvieron esta parte, entregó papel afiche y fibras a cada grupo para que escribieran la solución acordada y la pegaran de modo que pudieran explicar la resolución a sus compañeros. En esta instancia, se pudo observar que los grupos solucionaron el problema mediante distintos procedimientos, como los que se detallan a continuación.

- **Gráfico y conteo**: un alumno dibujó las 10 páginas y en cada una dibujó 6 figuritas. Al contarlas, comprobó que se había pasado de las 50. Dejó las 4 páginas con las 6 figuritas y pensó cuántas debía dibujar en cada página restante. Hizo la cuenta "50 – 24"; luego dibujó las 26 figuritas y comenzó a agruparlas de a 5: iba diciendo: 5, 10... y, al llegar a 20, paró, miró las que quedaban y directamente las agrupó de a 3. Entonces, le quedaron dos grupos armados con tres figuritas así y cuatro con 5.

- **Cálculo escrito reflexionado y gráfico**: un alumno anotó: "50 – 24 = 26 – 20 = 06". Luego dibujó las 10 páginas, hizo 6 palitos en cada una de las 4 primeras y con un arco sobre ellas escribió: "4 páginas de 6". En cada una de las 4 páginas siguientes, dibujó 5 palitos, dibujó un arco sobre ellas escribió: "4 páginas de 5". En las 2 páginas siguientes, dibujó 3 palitos en cada una, y con un arco sobre ellas escribió: "2 de 3". Luego escribió la respuesta: "Hay 2 páginas de 3 y 4 de 5".

Por motivos de tiempo, solo dos grupos pequeños pudieron exponer. Sus representantes dieron las siguientes explicaciones:

Primer grupo: "Tengo 4 páginas de 6, entonces son 24; le saco a 50, da 26, agarré 5 x 4 que es 20 y después 3 x 2 que es 6 y después sumé 20 + 6 que es 26, es decir, el resultado esperado".
Cuando la capacitadora les preguntó por qué habían elegido "3 x 2" y "5 x 4", el niño le respondió: "porque te lo dice la tabla".

Segundo grupo: "Hicimos 4 páginas con 6 figuritas dentro. Después 50 - 24 y nos dio 26. Hicimos 4 páginas de a 5 y 2 de a 3".
Cuando la capacitadora les preguntó por qué lo habían hecho de ese modo, no lograron verbalizar la forma en que lo habían pensado; sin embargo, en términos de Kamii ello no significa que los niños no tuvieran conocimiento acerca de ello. Lo que los niños querían era tener la confirmación de la maestra y la capacitadora sobre si la resolución estaba bien o no.

Análisis
En este informe se presenta un estilo diferente de intervención docente; se aprecia que tanto la maestra como la capacitadora fueron visitando los pequeños grupos durante el tiempo de trabajo, con lo que también se promueve el alcance de los objetivos de la clase. También se observa una manera distinta de usar los gráficos en relación con los ejemplos de los trabajos de niños de los registros anteriores. En este sentido, es importante rescatar la autonomía con la que los alumnos trabajan en grupos.

Cuarto caso

Al inicio de la actividad, la maestra les entregó el texto del problema. Ya había ensayado la resolución de problemas y expuesto la cartelera con las producciones de los niños en un pasillo de la escuela, de modo que el Desafío matemático no los tomaba de sorpresa.

Cada alumno empezó a leer el problema individualmente; a los pocos minutos, comenzaron a decir que no entendían de qué se trataba. La maestra les dijo que lo leyeran todas las veces que necesitaran y que, en todo caso, ella iría a sus bancos para ayudarlos a pensar.

Una vez que los niños resolvieron el problema, la maestra les dijo que había llegado el momento de que se reunieran en grupos para explicar a los otros chicos lo que habían hecho; debían hacerlo del mismo modo como lo habían hecho en otras oportunidades. Cada grupo eligió a uno de los compañeros como coordinador; este organizaba el trabajo del grupo y ponía orden para que todos se entendieran y pudieran escucharse: debían hablar de a uno por vez y no podían hablar de otras cosas que no fueran parte del problema. Si no lo lograban podían llamar a la señorita. Después eligieron al compañero que explicaría la resolución para toda la clase y comentaría porqué habían considerado que esa era la mejor producción; aquella con la que el grupo quedaría mejor representado. Expusieron los 8 chicos que resolvieron el problema. De 33 alumnos que conformaban el curso, a 4 no se les ocurrió ninguna respuesta, incluso después de la exposición.

En el momento de votar, los chicos tendieron a votar a su propio grupo, por eso la maestra intervino para motivar la reflexión sobre cuál de todas las producciones sería la mejor para representar al curso. Los chicos optaron por la producción de la multiplicación controlada con gráficos. Un solo grupo no llegó a la solución; entonces, la maestra decidió, en la parte final de la clase, retomar el problema de modo que se pudiera recuperar el sentido de la tarea y que todos la tuvieran registradas en sus cuadernos. Por último, mientras un grupo de niños confeccionaba el afiche que expondrían en la galería de la escuela, una de las niñas le dijo a la maestra "viste que los problemas no me gustan, pero es la primera vez que entiendo un problema, ahora es lindo que trabajemos así".

Análisis
En este caso, dado que la maestra ya venía trabajando con el enfoque de la resolución de problemas desde antes de llegar al Desafío áulico, los niños ya estaban preparados para trabajar en grupos y no les resulta novedoso tener que decidir cuál de todas las producciones era la más representativa.

Además, resulta fundamental que la docente haya retomado el planteo de la clase en el momento final para homogeneizar los conocimientos adquiridos.

Las palabras de la niña que dice "es la primera vez que entiendo un problema" son un "cierre especial" de la jornada y se relacionan con el enfoque que se promueve para las clases de matemática.

Testimonios de los protagonistas

Hasta ahora hemos analizado registros de capacitadores que participaron del nivel áulico del Desafío. ¿Qué se puede rescatar desde la óptica de los docentes que lo llevaron a cabo? ¿Y de los directivos de esos docentes? ¿Qué dijeron los chicos? Los textos que siguen a continuación reproducen algunas opiniones.

Una directora manifestó que la experiencia del Desafío áulico fue excelente "por el interés que despertó en los alumnos y la satisfacción que ello provocó en los docentes, quienes lo adoptaron [al enfoque de la resolución de problemas] como una forma de trabajo, permitieron que los chicos llegaran a la solución por los caminos que cada uno eligiera y pudieron comprobar, con satisfacción, la riqueza de esta metodología". Con respecto a las dificultades advertidas, la mayoría de las directoras coincidieron en una característica frecuente en el hacer cotidiano del aula: "los docentes deben redoblar esfuerzos para que los alumnos "más avanzados" no avasallen a los que no encuentran rápidamente una posible respuesta, pero, al mismo tiempo, tienen la función primordial de coordinar los espacios de participación de los distintos integrantes del grupo de clase, estimulando la participación a partir de lo que cada uno pueda aportar a la resolución de la situación planteada". Una de las supervisoras que participó como capacitadora de directoras y docentes evaluó que, "en la mayoría de los casos, los niños se ven motivados por la dinámica del **Desafío**, para ellos es muy significativo que sus producciones trasciendan las paredes del aula; eso los motiva para hacer matemática, poder ver las carteleras con los trabajos de los diferentes grupos o con el que representa al curso. Por otro lado, también los motiva ver las producciones de otros cursos", la supervisora cita comentarios que hicieron alumnos en distintas situaciones:

– ¿Me saldrá lo que hicieron en el aula de al lado?

– La señorita deja que me equivoque.

– Al final todos ganamos –dijo una niña luego de que hicieran la cartelera con todas las producciones–.

Una de las jornadas de capacitación realizadas luego de la ejecución del Desafío matemático en las aulas se inició con la puesta en común de las experiencias del día. Los testimonios siguientes expresan las perspectivas de distintos docentes con respecto al trabajo que involucra la propuesta de los desafíos.

> "Solemos trabajar con este enfoque, por eso fue motivador realizar el Desafío, tanto que lo extendimos de primero a sexto año, y los resultados fueron sorprendentes. Los docentes

quieren trabajar de esta manera, consideramos que es trabajoso hacer el registro, pero la maestra que tiene hora especial colabora con esta tarea. Cuando algunos chicos no entendían las condiciones que aparecen en el problema, fue interesante ver cómo el grupo insistía hasta que captaron la idea y los que no estaban convencidos se aproximaron a la respuesta por ensayo y error" [directora de una escuela].

"Los chicos están acostumbrados a trabajar en grupo en otras áreas, pero no en Matemática. La novedad de la propuesta hizo que tuviéramos que aclararles cómo se esperaba que funcionaran. Al principio estaban inseguros, preguntaban y preguntaban, pero lograron engancharse y casi todos lograron responder. Dos o tres chicos se copiaron de otro. Se divirtieron, la docente intervino para que focalizaran la pregunta y no se olvidaran de lo que debían buscar. Es motivante que hayan preguntado cuándo lo vamos a repetir. Vivenciamos la riqueza de lo que fue para ellos explicitar en una hoja cómo es la solución y cómo se expresaban para que otro entendiera" [maestra recuperadora que colaboró con la maestra de cuarto año].

"Me encantó ver cómo discutían para darle forma a la cartelera, les interesó tanto que acordamos hacerlo una vez por semana. En cuanto a la enseñanza, pudimos retomar lo que estudiamos en el Plan Social con respecto al registro como herramienta para reflexionar sobre la práctica, que colabora con el perfeccionamiento. El registro lo puede hacer el maestro dentro de las 24 horas u otro integrante del personal con horas libres, y nos permite ver qué pasó con lo que anticipamos, confrontar con lo que se desarrolló". Otra docente agrega que la temática del registro también la habían trabajado en la Capacitación para escuelas rurales [maestras de cuarto año].

"Cambié la fecha, y lo primero que instalé es el uso del diccionario, ya que en un desafío a nivel individual, ellos deben descubrir los datos por sí solos: si no entienden el significado de una palabra es importante que puedan usar este recurso. El Desafío les sirve para organizar el pensamiento, si trabajan solos se obligan a leer" [maestra de cuarto año].

"La experiencia sobrepasó toda las anticipaciones que había hecho: una niña con problemas emocionales se pudo expresar con un dibujo, para mí fue una sorpresa, el resto del año no había logrado resolver problemas" [maestra de cuarto año].

"Con estos niños, había practicado problemas con este enfoque y también lo había hecho el año anterior ya que los chicos en primero y segundo habían tenido como maestra a una docente constructivista (que se había actualizado con Horacio Itzcovich), si bien era multiplicadora no logró que en la escuela la siguieran, había resistencia (y la hay) para el cambio de paradigma. De todos modos, seguí la línea de esta docente y trabajé de la misma manera en tercero, de modo que para estos niños la comprensión lectora no es un problema, ellos están acostumbrados a crear estrategias y a la libre producción" [maestra de cuarto año].

"Muy provechoso el nivel de concentración que mantuvieron los chicos tratando de encontrar respuestas y cómo lo hacían en un ambiente de interés por escuchar al otro para mejorar, por eso fue interesante que pudieran construir tanta variedad de planteos para llegar al mismo resultado" [directora de escuela].

"Me llamó la atención cuando una niña me dijo que "la señorita los deja equivocarse", por otro lado, se observa que, en general, el chico primero duda, no interviene, aunque finalmente hasta puede explicar" [directora de escuela].

"Todo lo que pude prever no me alcanzó, los alumnos habían esbozado la división por dos cifras, pero el resto lo calculaban mentalmente. Jamás me hubiera imaginado cómo generan ideas, y cómo van socializando para destrabar. La jornada es más larga, y los problemas también, pero vale la pena" [maestra interina].

"Para trabajar la lectura del enunciado hemos dado los problemas sin la pregunta para desestructurarlos". "La división por dos cifras es un problema, pero cuando llevan tarea a la casa con más problemas las madres intervienen y les graban el algoritmo tal cual ellas lo saben" [maestra de cuarto y directora].

En una escuela de otra región, las maestras destacaron los siguientes aspectos como característicos del desarrollo áulico del Desafío:

Aspectos actitudinales: "Los chicos trabajaron con mucho entusiasmo y responsabilidad en la resolución de problemas"; "trabajaron tranquilos y dedicados a la resolución de problemas"; "les gustó mucho el momento en que tenían que juntarse"; "los que trabajaron entusiasmados fueron los mismos alumnos en todas las clases. Hubo alumnos que no mostraron interés y, al momento de resolver, no encontraron la manera correcta de hacerlo"; "Hay grupos a los que les cuesta organizarse, pasar sus producciones, son tímidos al explicar".

Aspectos procedimentales: "Durante el trabajo grupal, al compartir las producciones individuales, los grupos pudieron encaminarse hacia una resolución"; "hubo gran variedad de soluciones, algunas muy interesantes"; "la variedad de los procedimientos fue mínima aunque sirvió para extraer la conclusión final"; "todos los grupos, finalmente, pudieron resolver la problemática, utilizando en general la representación gráfica de figuritas y páginas"; "la instancia individual fue la más dificultosa. La mayoría supo interpretar y expresar las cantidades que informaba el enunciado, pero no pudieron avanzar más sin una guía".

En esa escuela, las docentes valoran la experiencia del Desafío, en tanto esta les permitió:

- observar las distintas formas de razonamiento que pusieron en juego los alumnos;
- valorar las diversas estrategias de resolución y formas de registro escrito;
- dar lugar a distintas argumentaciones orales y escritas;
- favorecer otra lógica de la circulación de los saberes;
- rescatar la producción individual y grupal (con sus posibilidades y limitaciones, acuerdos y desacuerdos);
- promover la habilidad del docente para producir intervenciones específicas y conducir la secuencia didáctica.

Conclusiones

En relación con las producciones de los alumnos se pudo observar que prevalecen los tipos de características *figurativas* y *matemáticamente convencionales*, aunque los procedimientos son variados.

En el caso de las *figurativo convencionales*, los niños realizaron primero los dibujos y luego las cuentas, de modo de asegurase que la producción estuviera bien realizada. A su vez, les parecía raro que un problema se pudiera resolver con dibujos.

Las representaciones *figurativas* son todas parecidas, aunque la variación radica en que algunos niños solían dibujar las páginas con las figuritas que les correspondieran y otros solo ponían el número que representa esas cantidades.

En el caso de las representaciones *matemáticamente convencionales*, la mayoría optó por ensayo y error, es decir, fueron probando hasta que llegaron al resultado correcto. Otros procedimientos fueron: "6 x 4 = 24; 50 – 24 = 26" y, a partir de allí, probaron con 5, les dio "5 x 4 = 20", entonces hicieron "26 – 20 = 6" y sacaron "3 x 2 = 6". Es decir, utilizaron multiplicaciones y restas y, en algunos casos, cálculos mentales. Algunos también hicieron cuentas de división, pero todas erróneas y sin sentido, como si se vieran forzados a utilizar la división porque el problema les decía que tenían que pegar las figuritas en las páginas.

En algunas aulas solo se pusieron en común las producciones correctas, dado que no se llegó a elegir una representativa por falta de tiempo.

Segunda etapa. El Desafío matemático en los distritos

Con la experiencia acumulada en la etapa áulica, los actores involucrados con la organización de la experiencia se dispusieron a encarar la instancia distrital, que trascendió la esfera de lo matemático para instalarse en la de lo organizacional.

Dado que antes del desarrollo de los encuentros de esta etapa la mayoría de los participantes no se conocían, se había diseñado un tipo de problema que promoviera el diálogo, la discusión, el establecimiento de acuerdos y la valoración de las capacidades de los participantes. Además de permitir que los participantes lo abordaran desde distintos puntos de partida, el problema debía tener múltiples respuestas correctas posibles. El enunciado propuesto en esta oportunidad instalaba la siguiente situación:

> Tres amigos deben reunir $ 18 para realizar un paseo, aportando partes iguales. Uno de ellos solo tiene billetes; otro, billetes y monedas y el tercero, monedas solamente. ¿Cómo habrá aportado el dinero cada uno de ellos?

Una capacitadora de los equipos técnicos regionales analizó el problema y, entre los aspectos positivos, destacó que el mismo:[1]

- considera, muy especialmente, los saberes previos de los nenes (dado que implica trabajo con dinero);

- corresponde a su contexto cotidiano (el manejo del dinero);

- apunta a distintas operaciones en algunos de sus diferentes sentidos:
  - -adición: reunir / juntar,
  - -multiplicación: suma reiterada / proporcionalidad,
  - -división: repartir,
  - -composición y descomposición de números;

[1] Para profundizar se recomienda la lectura de: Quaranta, M. Emilia y otra, "Discusiones en las clases de matemática. Qué, para qué, y cómo se discute", en Panizza, Mabel (comp.), Enseñar matemática en el Nivel Inicial y el Primer Ciclo de la EGB. Buenos Aires, Paidós, 2003.

- moviliza intelectualmente al niño, ya que, en los momentos de puesta en común, promueve la escucha y comprensión de las diferentes respuestas correctas posibles (diferentes a la planteada por él y por su propio pequeño grupo);

- favorece la construcción de los *sentidos* de las operaciones puestas en juego mediante el análisis de las diferentes respuestas correctas;

- otorga la posibilidad de "mostrar" que un problema tiene diferentes respuestas, lo que es un aprendizaje significativo para ellos (y también para los docentes) constituyéndose en un factor de progreso para todos;

- permite ir construyendo una representación más compleja de los problemas y de sí mismos al resolverlos y validarlos.

Una docente realizó previsiones didácticas, en las que consideró:

Los contenidos que se trabajarían: interpretación de datos provistos por una situación; utilización de estrategias para el cálculo mental; combinatoria; diagramas de árbol y problemas abiertos.

Las posibles intervenciones que debería realizar: lectura de la situación problemática; aclaración de dudas y/o consultas de los alumnos; cuestionamientos de las soluciones de los alumnos mediante preguntas de análisis (por ejemplo, "¿hay alguna otra posibilidad de resolución? ¿Por qué?").

Posibles soluciones de los alumnos:
6 x 3 = 18 o 18 : 6 = 3 o 18 : 3 = 6

Primer amigo (solo billetes, la única posibilidad es 3 billetes de $2)

Segundo amigo (billetes y monedas)

- $6
  - B. $2 →
    - 2 M de $1
    - 4 M de 0,50
    - 8 M de 0,25
    - 20 M de 0,10
    - 49 M de 0,05
  - 1B de $2 →
    - 4 M de $1
    - 8 M de 0,50
    - 16 M de 0,25
    - 40 M de 0,10
    - 80 M de 0,05
  - 1 B de $5 →
    - 1 M de $1
    - 2 M de $0,50
    - 4 M de $ 0,25
    - 10 M de $ 0, 10
    - 20 M de $ 0, 05

Tercer amigo (solo monedas)

- $6 →
  - 6 M de $1
  - 12 M de 0,50
  - 24 M de 0,25
  - 60 M de 0,10
  - 120 M de 0,05

Una dificultad recurrente en el trabajo individual de desarrollo del problema se relaciona con la interpretación de los planteos. Por ejemplo, en el trabajo grupal posterior, algunos grupos, tuvieron dificultades porque los niños no sabían lo que quería decir *aportan*. Sin embargo, una vez aclarado el término, no tuvieron problemas para resolverlo. En cuanto a los procedimientos de resolución, el registro indica que:

> "Hubo variedad de resoluciones solo para el caso del niño que aportaba monedas y billetes, ya que las otras opciones se resolvieron con 3 billetes de $2 y 6 monedas de $1.

De todos los grupos que se formaron, solo uno verificó de dos maneras distintas, sumando y multiplicando el resultado de la división realizada para averiguar cuánto dinero debía aportar cada niño.
Hubo un grupo que resolvió todo mentalmente, mientras que los demás recurrieron al dibujo de las monedas y billetes o realizaron las operaciones con procedimientos personales o algoritmos convencionales".

En otro distrito los procedimientos de los alumnos fueron los siguientes:

Producción 1
Uno aportó 3 billetes de $2; el otro, 2 billetes de $ 2 y 4 monedas de 0,50; el otro, 12 monedas de 50 centavos.
Uno aportó 3 billetes de $2; el otro, 2 billetes de $2 y 2 monedas de $1 y el tercero 3 monedas de $1 y 6 de 0,50.
Uno aportó 3 billetes de $2; el otro, 1 billete de $2 y 8 monedas de 0,50; el otro, 6 monedas de $1.

Producción 2
El primero pagó con 3 billetes de $2; el segundo con un billete de $5 y una moneda de $1 o también pudo pagar con 2 billetes de $2 y dos monedas de $1 y el tercero pagó con 6 monedas de $1. O también pudo pagar con 8 monedas de 0,25 y 8 monedas de 0,50.

Producción 3
(18: 3 = 6)
El primero 2 + 2 + 2.
El segundo 5 + 1.
El tercero sumó 12 veces 50.

Producción 4
(18: 3 = 6 y 6 x 3 = 18)
El primero aportó 3 billetes de $ 2.
El segundo 2 billetes de $2 y 2 monedas de $1.
El tercero aportó 6 monedas de $1.

Producción 5
(18 : 3 = 6)
El primero 3, billetes de $2 (2 + 2 + 2 = 6).
El segundo 2, billetes de $2 y 2 monedas de $1 (2 + 2 + 1 + 1 =6).
El tercero aportó 6 monedas de $1 (1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 6).

Producción 6
(18: 3 = 6)
Uno debe aportar 2 billetes de $2 y dos monedas de $1; el otro, 3 billetes de $2 y el otro 6 monedas de $1.
Uno debe aportar 1 billete de $5 y 1 moneda de $1; el otro, 12 monedas de 50 centavos, dos monedas de $1 y 8 de 50 o, si no, 5 monedas de $1 y 2 de 50 centavos.

Producción 7
(18 : 3 = 6)
Uno aportará 3 billetes de $2.
El otro, 2 billetes de $2 y 4 monedas de $0, 50.
El otro, 4 monedas de $1 y 4 monedas de $0, 50.

Producción 8
(18 : 3 = 6)
El primero pone $6 en billetes de $2.
El segundo pone $4 en monedas de $1y $2 en billete.
El tercero pone 12 monedas de $0,50.

Producción 9
(Dibuja los billetes)
El primero, 3 billetes de $2.
El segundo, 1 billete de $5 y 2 monedas de 50 centavos.
El tercero, 6 monedas de $1.

Producción 10
El primero, 3 billetes de $2 = 6.
El segundo, 2 billetes de $2 más 4 monedas de 50 centavos = $6. O 1 billete de $5 más 1 moneda de $1 = 6.
El tercero, 6 monedas de $1 o 12 monedas de 50 centavos o 3 monedas de $1 más 6 monedas de 50 centavos = 6.

Producción 11 (elegida por los alumnos como representativa)
(18 : 3 = 6)
El primero, 3 billetes de $2.
El segundo, 2 billetes de $2 y 4 monedas de 50 centavos.
El tercero, 12 monedas de 50 centavos.

Producción 12
(18 : 3 = 6 y 6 x 3 = 18)
El primero, 3 billetes de $2.
El segundo, 2 billetes de $2 y 2 monedas de $1.
El tercero, 12 monedas de 50 centavos.

Producción grupal
En el afiche la docente escribe todas las posibles combinaciones que expresan los chicos, pero eligen la producción 11.

Para el logro de estas producciones se hizo necesario que las intervenciones docentes fueran adecuadas, lo que implicaba un nuevo *desafío* a los coordinadores de los diferentes distritos: en todos se cuenta con docentes de mucha experiencia y comprobado compromiso, pero, en este caso, el grupo se formó con el aporte de todas las instituciones del distrito, por lo que fue necesario que los inspectores consultaran con los directivos para determinar el perfil pertinente entre los asistentes a las capacitaciones. A continuación, se recopilan intervenciones producidas en algunos casos elegidos:

Primer registro

En este caso, se observa que la docente, además de establecer un trato cordial con los alumnos, sostuvo la dinámica del trabajo y cierta incertidumbre respecto de la respuesta.

La docente que coordinará el encuentro pide estar un momento a solas con los chicos (los miembros del equipo técnico se retiran).
A las 8:55 comienza el Desafío, los alumnos se agrupan según la coincidencia de figuras

que van extrayendo de un sobre. Uno de los niños lee el problema pero lo hace en un tono muy bajo y no se escucha; entonces, la docente repite la lectura y les recuerda que primero trabajarán en forma individual.
Algunos alumnos llaman a la docente y se observa que sus intervenciones son muy buenas: los orienta o guía pero no les dice qué tienen hacer ni si está mal o bien lo que han hecho, los ayuda a reflexionar. Quince minutos más tarde, la docente pregunta si terminaron, algunos dicen que sí y otros que no, les da un poco más de tiempo y luego da la indicación de comenzar a trabajar en grupos.
Algunos grupos discuten, no se ponen de acuerdo y llaman a la docente, ella "teatraliza", los orienta en forma clara y pertinente. Se percibe que la docente tiene claro cuál es el enfoque que adopta la Jurisdicción para trabajar el área de Matemática.

Segundo registro

Aquí se representa un tipo de intervención que significa un avance con respecto del tratamiento tradicional del error en la clase de Matemática.

La docente se presenta e inicia la jornada entregando a cada niño una tarjeta en la que deberán escribir el nombre y la escuela a la que representan, de modo de poder identificarlos. Les entrega una golosina y el material preparado en hojas de tamaño oficio. Luego les da las directivas generales de lo que será el encuentro y les pide que hagan una lectura individual y silenciosa del problema; ella insiste en que es muy importante leer el texto, destacar los datos y visualizar las posibles repuestas. Se inicia el trabajo individual, la docente atiende las consultas que surgen y las socializa al grupo, por ejemplo, un niño pregunta por el significado de la palabra *aportando*; otro consulta si puede "escribir directamente"; y su compañero pregunta sobre "partes iguales".
Cuando se equivocan, la maestra les pide que no borren los procedimientos que están mal, sino que los anulen: es decir, deben hacerles una rayita que separe lo que está mal de lo que volverán a calcular. Les dice que trabajar así permite usar los errores para aprender.

Tercer registro

La docente formó los grupos de acuerdo con las características de las producciones de manera de promover confrontaciones y discusiones.

La docente recorre el aula, identifica a los alumnos por las características de sus producciones, organiza grupos heterogéneos y entrega a cada uno una tarjeta con formas geométricas. Se organizan grupos de acuerdo con la igualdad de las formas geométricas y se genera un clima de cordialidad y afectividad de parte de la docente que ha sabido estimular a los niños. Ellos, aunque no se conocen interactúan satisfactoriamente y nombran en cada grupo un coordinador que organice las acciones a seguir.
En la fase grupal cada uno describe lo que entendió y cómo lo resolvió, vuelven a leer el problema, discuten y confrontan las producciones individuales.

Otro de los ejes vertebradores del proyecto Desafío matemático está dado por la promoción de actitudes democráticas para la elección de representantes. Mientras se muestran las producciones de estos grupos, aparece la oportunidad de convertir estas actitudes en contenidos a trabajar en el Desafío:

Al regreso del recreo los participantes deben elegir las producciones que representarán al grupo. En este momento se presentan dificultades debido a que muchos alumnos quieren exponer su producción. Se les pide que reflexionen en sus grupos y, como no logran ponerse de acuerdo, se les permite escribir dos propuestas diferentes. Cada grupo elige un representante; este pasa al frente con el afiche y explica el proceso que realizaron. Es un momento de análisis importante, la docente focaliza en los errores que transcribieron en el afiche (los habían tachado) y en las distintas propuestas de resolución.
La mayoría de los planteos consistieron en sumar 3 veces 6 para encontrar cuánto dinero aportaba cada uno. Solo un niño realizó cuentas de división en la hoja y dos o tres escribieron que realizaron la división en forma mental. Luego los niños dieron la respuesta para cada amigo (la mayoría dibujó los billetes y monedas y arribó correctamente a la respuesta).
Cuando terminan con las exposiciones, eligen cuatro representantes y luego se hace un sorteo: dos alumnos quedan como titulares que representarán al Distrito en la etapa Regional y otros dos como suplentes.
Por último, en presencia de padres, docentes de todas las escuelas y algunos directivos, se realiza la entrega de los certificados y golosinas.

Otra muestra del trabajo con los valores democráticos aparece reflejada en este pequeño fragmento en el que se relata una intervención con miras a reencauzar el significado del Desafío:

Se presentaron en la institución los alumnos acompañados por docentes o directivos y también padres, se ubicaron en el salón de actos preparado en cuatro mesas circulares, y gradas donde se sentaron chicos, padres y docentes. La Inspectora les dio la bienvenida, dialogamos con los chicos sobre qué era el Desafío y cómo lo habían trabajado en el aula con sus señoritas:
Maestro: ¿Que significa para ustedes esa palabra?
Alumnos: Es para ver quién gana
Maestro: ¿Ustedes a quién desafían? ¿Es a una persona?
Algunos chicos: No, ¡es a la matemática!
Otros chicos: A los problemas de matemática, porque hay que ganarle a un problema para ver si podemos resolverlos.

Un ejemplo de resolución del problema

De todas las puestas en común que se produjeron en todos los distritos, se seleccionó una que fuese representativa e interesante de acuerdo con la diversidad de producciones que podía aportar. La docente había coordinado la puesta en común de la interpretación del problema, de la solución seleccionada y de la respuesta construida. A su vez, mientras dirigía la discusión, elaboró con el grupo total un afiche sintético de las producciones del Desafío matemático distrital:

La maestra escribía mientras los niños formulaban: "Para darnos cuenta de lo que cada uno aportó, hicimos la cuenta: 18 : 3 = 6 (y comprueban) 6 x 3 = 18 por lo que cada uno debe poner $6. Por eso:

Una forma:

$2

$2

$2

=$6

y acompañan con las operaciones

2 + 2 + 2 = 6 2 x 3 = 6

Otras formas:

-Se pueden encontrar diversas formas, aprovechamos para escribir las que han hecho en sus hojas –indicó la docente–.

A)

$\boxed{\$5\quad}$

Los junta y expresa “5 + 1 = $6”

B)

$\boxed{\$2\quad}$

$\boxed{\$2\quad}$

Juntos quedan $2 + $2 + $1 + $1 = $6

C)

$\boxed{\$5\quad}$

Con el cálculo = $5 + 0,10 + 0,10 + 0,10 + 0,10 + 0,10 + 0,10 + 0,10 + 0,10 + 0,10 = $6

D)

$\boxed{\$5\quad}$
+
20 x $ 0,05 = $6

E)

$\boxed{\$5\quad}$
+ 5 monedas de 10 centavos + 10 monedas de 5 centavos = $6

F)

$\boxed{\$5\quad}$

+ 0,25 + 0,25 + 0,25 + 0,25 = $6

Luego, se empezaron a flexibilizar las equivalencias del sistema monetario y a encontrar más soluciones.

A) 120 monedas de 5 centavos = $ 6
B) 24 monedas de 25 centavos = $ 6
C) 12 monedas de 50 centavos = $6
D) $1 + $1 + $1 + $1 + $1 + $1 = $6
E) $1 + $1 + $1 + $1 + $0,50 + $0,50 + $0,50 + $0,50 =$6

Por último, se les dio un tiempo para que completaran las soluciones ya que luego del trabajo podían hallar la forma de mejorar lo planteado. Sobre 7 niños que tuvieron respuesta incorrecta, 4 pudieron aproximarse al resultado y responder la pregunta del problema.

Con el objetivo de que los niños que no continuaban participando en las siguientes instancias del Desafío siguieran compartiendo las producciones con sus compañeros que sí lo hacían, a partir del Desafío distrital, desde el nivel central, se solicitó a todos los docentes que hicieran circular el problema y la información que diera cuenta de los modos como el mismo había sido resuelto por los participantes.

Tercera etapa. El Desafío matemático por las regiones

El problema que se presentó en la tercera etapa del **Desafío matemático** permitía diferentes procedimientos y distintas soluciones con diversas cantidades. El problema se diferenciaba del trabajado en la etapa anterior, en tanto si bien aquel admitía diferentes "formas" de resoluciones, en esta tercera instancia, había un detalle que desaparecía. En el problema del aporte monetario que hacía cada uno de los tres amigos, todos debían juntar la misma "cantidad", solo que podían hacerlo de variadas formas, de acuerdo con los valores disponibles en el sistema monetario. En el planteo de la instancia regional las posibilidades para realizar la compra eran muchas y "todas diferentes": ni siquiera la cantidad de dinero que se podía gastar era fija. El enunciado proponía la siguiente situación:

> En el kiosco que está al lado de la escuela venden alfajores a 25 centavos cada uno, chicles a 5 centavos cada uno y chocolates a 30 centavos cada uno.
> Una mamá que pidió al quiosquero 3 chicles, decide agregar a su compra las otras dos golosinas, pero no quiere gastar más de $2.
> ¿Cuál puede ser la compra realizada por esta mamá?
>
> A muchos les llamó la atención el planteo, incluso, algunos padres se preguntaban si todas las resoluciones eran correctas. Esta situación pone de manifiesto concepciones de los mayores respecto de los problemas escolares.

Análisis didáctico de la situación problemática

El problema presenta una interesante red de conceptos matemáticos involucrados, entre los que se pueden reconocer la promoción de la "anticipación"; el cálculo mental reflexionado; la composición y descomposición de números (para obtener subtotales y totales de gasto); el canje (de centavos a pesos) y las distintas operaciones en algunos de sus diferentes sentidos, como por ejemplo: adición (reunir, juntar); sustracción (completar) y multiplicación (suma reiterada, proporcionalidad).

A su vez, el planteo supone una serie de requerimientos que los alumnos deben poner en juego para llevar adelante la resolución como, por ejemplo, interpretar información, seleccionar la que evalúan como necesaria para responder las preguntas, poder representar la situación, movilizar las herramientas matemáticas, planificar una estrategia de resolución, registrar los procedimientos, anticipar los resultados, rechazar los procedimientos que no ayuden a resolver la situación, analizar los resultados, discutir las posibles soluciones, validar el procedimiento y analizarlo. Por otro lado, es importante que el docente pueda realizar anticipaciones acerca de lo que harán los niños. A modo de ejemplo, se reproducen los siguientes aspectos[1] que vinculan ambos procesos y que fueron analizados en un segundo encuentro del Proyecto de Fortalecimiento de la enseñanza de la matemática:

• Interpretar la información que se brinda
La información que brinda el enunciado se corresponde con los saberes previos de los alumnos de cuarto año de EPB (kiosco –comprar y vender–, golosinas, monedas de uso corriente, valores de las monedas) por ello es viable su correcta interpretación.

• Seleccionar la información necesaria para responder las preguntas y organizarla
Algunos niños escribirán los datos y la pregunta del problema.
Otros subrayarán y/o redondearán tanto los datos como la pregunta del problema.

• Tener una representación de la situación
El contexto se corresponde con su diario vivir, es por ello que resulta muy sencillo pensar que la totalidad de los nenes se representan la situación correctamente.

• Movilizar las herramientas matemáticas necesarias
Anticiparse a la acción propia del cálculo matemático, es decir, adelantar qué cálculo se realizará, proponer y resolver adiciones, multiplicaciones y sustracciones, mientras "usan" las monedas (centavos).

• Planificar una estrategia de resolución
Un posible camino: averiguar cuánto gasta con los 3 chicles, realizar distintas combinaciones de compras del resto de golosinas, sumar, "controlar" que no pase los $2.
Otros pueden además ir controlando los resultados obtenidos averiguando cuánto pueden gastar antes de "completar" los $2.

• Registrar los procedimientos utilizados
Van anotando sobre el papel –con lápiz– las diferentes combinaciones y los gastos realizados. Esto lo pueden realizar de manera gráfica o simbólica propiamente dicha.

• Anticipar resultados
Escribir directamente los 15 centavos que saben gasta la mamá en la compra de los 3 chicles.
Apoyándose en repertorios conocidos de cálculos, por ejemplo: 3 x 4 = 12, establecer que 3 chocolates costarán 1 peso con 20 centavos ($1,20).
Usar la suma reiterada para el valor 30 y decir: *"3, 6, 9"*; es decir 90 (agregan el cero pues llevan claramente el "control" de que el 3 está reemplazando al 30).
Usar la suma reiterada de 25 y decir 25 y 25, 50 y otro 50 es 1 peso, es decir, 4 monedas de 25 centavos hacen 1 peso.

• Rechazar procedimientos que parecen no conducir a la meta
Cuando estén realizando diferentes cálculos (propios de las combinaciones posibles de compra) comprobar que superan los $2, automáticamente lo tachan y/o borran, dejándolos así de lado.

• Analizar la razonabilidad de los resultados
A lo largo de la resolución llevan el "control" de llegar a un valor menor o igual a 2, para no pasarse del mismo.

[1] Tomados de: DEGB, *Aportes para el fortalecimiento de la enseñanza de la matemática en la EGB.* La Plata, DGCyE, 2004, p. 38.

• Discutir si el problema tiene una, varias o ninguna solución

Tanto en su propia resolución como al escuchar las de los integrantes de su pequeño grupo, aparecerán diferentes combinaciones correctas de compra, reconociendo así que el problema presentado tiene varias soluciones.

• Reinsertar los resultados en el problema

Una vez que vayan "armando" las posibles compras, constantemente volverán al enunciado para corroborar que están combinando las tres golosinas y que no se están excediendo del gasto que la mamá ha dispuesto realizar.

• Validar el procedimiento utilizado

La validación la obtienen de manera autónoma, pues ellos mismos "controlan" que los gastos que proponen no superen los $2.

• Analizar la economía de la estrategia elegida

Además de ir supervisando, en todo momento, la economía del procedimiento empleado ya sea en el marco de su resolución individual y en el seno de su grupo pequeño, quedará ampliamente expuesto cuando deban seleccionar qué grupo pequeño logró la resolución que mejor se entiende en el grupo grande, aquí es muy probable que la cuestión "económica" entre en juego. (cuestión que ya hemos vivenciado en las instancias anteriores del Desafío Matemático: áulico y distrital).[2]

Registro realizado por una supervisora de EPB

Si bien los participantes de esta etapa del Desafío ya han acumulado experiencia en cuanto a compartir y elegir representantes, en el siguiente registro aparecen actitudes que muestran que los niños no están acostumbrados a hacer este tipo de tarea. ¿Faltaron intervenciones para instalar el verdadero significado del Desafío tal como lo hiciera una supervisora en la instancia distrital?

Autoridades presentes: Integrantes del equipo técnico central, inspectora jefe distrital, inspectores de todos los distritos que componen la región, directores, maestros de cuarto año, padres de los niños participantes, medios de comunicación. La apertura del Desafío estuvo a cargo de la inspectora jefe del Distrito, quien explicitó, de manera breve, los propósitos del Desafío matemático y de una integrante del equipo técnico central quien agradeció la presencia de los alumnos y padres. Posteriormente, el grupo de alumnos, las dos inspectoras referentes y la maestra de cuarto año se dirigieron al aula en la que se llevó a cabo el Desafío matemático regional.

Preguntas y reflexiones del docente y de los inspectores presentes	Respuestas de los alumnos	Observaciones y sensaciones
M. G.: para que se conozcan nos gustaría que cada alumno se presente al resto.	Cada uno de los alumnos de los diferentes distritos se presenta.	Los niños comienzan a perder el miedo y se expresan claramente.
M. G.: Ustedes ya han participado de los desafíos matemáticos en el aula y distritales, ya conocen la forma de trabajar y primero deben realizar el problema... Claro, solos ¡a trabajar!	Alumnos: ¡solos!	Los alumnos reciben el problema, lo leen, algunos comienzan a hacer cuentas rápidamente.
...	...	...

[2] Para profundizar, Parra, Cecilia, Cálculo mental en la escuela primaria, en Parra y Saiz (comps.), *Didáctica de las Matemáticas*. Buenos Aires, Paidós, 1994, p. 245.

Inspectora (I): ¿Cuánto cuestan los tres chicles?		5 25 30 x3 x5 x3 15 125 90
	Alumno 1: –mira las cuentas y contesta –mh, no sé.	
	Alumno 1: listo, Seño, terminé. Algunos dicen: ¡al fin!	Después de varias intervenciones docentes:
I: (tomo la hoja, lo leo y le digo) ¡Viste que podías!	**Alumno 1**: sí (me regala una amplia sonrisa de satisfacción, que cambia al escuchar a sus compañeros).	
I: no se quejen, que algunos de ustedes aprovecharon a buscar otras posibilidades		
I: cada uno lo resuelve como quiere y usa el tiempo que necesita.	**Alumno 2**: si yo hice dos más. **Alumno 3**: yo una más.	
		La inicial queja del grupo, se transforma en una oportunidad para definir nuevas posibilidades de resolución dada la apertura de posibles respuestas del problema planteado.

Los alumnos se agrupan para analizar las respuestas de cada uno para seleccionar una.
Forman dos grupos.

En el registro se encuentran las diferentes intervenciones de los alumnos y de la maestra de grado que los coordinaba. Mientras tanto en el otro grupo:

MG: ¿Se pusieron de acuerdo sobre cuál procedimiento elegir?	**Alumno1**: no, cada uno cree que el suyo es el mejor **Alumna 2**: sí, para mí el mejor explicado es el mío.	Grupo 2: la problemática en este grupo se instaló al tener que seleccionar entre todos la mejor forma de resolver la situación. Una de las integrantes del mismo no podía aceptar que fuera el trabajo de su compañera y no el de ella el seleccionado por el grupo. Observo las hojas, la alumna 2 utilizó colores, subrayó respuestas, fundamentó y validó sus respuestas.
I: ¿cada uno explicó como lo realizó?	**Alumnos**: Sí. **Alumna 2**: yo a algunos no los entendí, al mío lo entendieron todos. Creo que el mío es el más claro, el que está mejor explicado.	
I: analícenlos nuevamente, fíjense qué realizó cada uno y cuál de todos los procedimientos es el mas sencillo y rápido de realizar. Todos están bien, todos obtuvieron el resultado, ahora deben elegir el mejor procedimiento, la que consideren la mejor forma de hacerlo.		
	Alumno 1: yo calculé cada golosina, sumando la cantidad de golosinas que la mamá compró y después sumé todas las golosinas. **Alumno 2**: yo multipliqué los chicles, pero después a las otras golosinas las sumé. **Alumna 1**: yo multipliqué el precio de cada golosina por la cantidad que compré y después sumé todos los resultados. **Alumna 2**: yo dibujé, sumé cada golosina y todas juntas, además miren (muestra la hoja llena de explicaciones), expliqué todo lo que hice y por qué lo hice. El mío está re-claro.	

	Alumno 1: ¿vos qué hiciste? (mira a la alumna 1) **Alumna 1**: yo multipliqué cada golosina y después sumé los resultados **Alumno 1**: me parece que la mejor forma es la de multiplicar, la de ella (señala a la alumna 2) **Alumna 2**: yo no estoy de acuerdo, a ese no lo entiendo.	El único que escucha a la alumna 1 es el alumno que le preguntó el resto está mirando la hoja de la alumna 2 que muestra cómo el de ella está muy claro.
I: Imagínense que en lugar de poder gastar $2 pudiera gastar $10 . **MG**: ¿De qué manera, con qué procedimiento lo realizarían más rápido y sencillo. **I**: (le muestro la hoja) ¿qué no entendés?	**Alumno 1**: La Alumna 1 es la que mejor lo hizo, ella multiplicó. Yo multipliqué en el primero, después no sabía cómo hacerlo. **Alumna 2**: yo todavía no aprendí bien cómo multiplicar, pero a ese no lo entiendo. **Menos la alumna 2, el resto contesta**: multiplicando. **Alumna 2**: claro, pero yo no lo entiendo. ¿Me prestás la hoja? Yo al tuyo no lo entiendo. **Alumna 2**: nada.	La alumna 2 quiere que el suyo sea el elegido y desestima el trabajo realizado por la alumna 1. La alumna 2 primero resolvió todas las cuentas de sumas, después calculó el total, después fundamentó lo que hizo y luego realizó un montón de dibujos para reforzar sus afirmaciones. Mira la hoja sin detenerse a analizarla, se la devuelve a la alumna 1.

I: (señala las cuentas y le pregunta) ¿entendés de qué golosina es cada cuenta? Griselda: ¿por qué más o menos? ¿qué no entendés?	**Alumna 2**: (mira detenidamente la hoja) sí, más o menos. **Alumna 2**: (lo mira, mira las caras de sus compañeros y responde) sí, ahora que lo miro bien se entiende, pero el mío se entiende mejor. **Alumno 1**: creo que todos se entienden pero el más rápido y sencillo es el de la alumna 1.	Chicles chocolates alfajores 5 30 25 x 3 x3 x3 15 cent. 90 cent. 75 cent. 15 + 90 75 180 centavos 1, 80 pesos
MG: bueno, chicos tienen que elegir uno, pónganse de acuerdo. **MG**: voten.	**Alumna 2**: ¿no tengo más tiempo para poder convencerlos de que el mío es el mejor? **Alumno 3**: la única que piensa eso sos vos ¿podemos votar? Y gana la mayoría. **Alumna 2**: (me dice al oído, apartándose del grupo) ¿puedo votar el mío?	gastó $ 1, 80 Finalmente votan y eligen por mayoría 4 a 1 el procedimiento de la alumna 1

Para simplificar la tarea, se agrega la crónica de una parte de lo ocurrido.
Cada grupo pasó al frente a explicar cuál fue la resolución elegida y por qué. Los alumnos validaron sus respuestas y fundamentaron las decisiones tomadas. Los alumnos del grupo 2 finalmente seleccionaron el trabajo de la alumna 1, en ambos grupos se dedujo que la manera más rápida y sencilla de resolver es con multiplicaciones, se concluye que multiplicar simplifica la tarea, también acordaron que todavía no sabían muy bien cómo hacerlo con "números con coma". En el grupo 1 no hubo conflictos para elegir el trabajo.
Posteriormente se realizó la institucionalización del saber en la que se definieron conceptos como:

- Diferencia entre centavos y pesos.
- Notación del signo peso.
- Equivalencias de centavos a pesos.
- Diferencias entre multiplicar pesos y multiplicar centavos.
- Diferentes posibilidades de resolución del problema.
- No gastar más de $2 (pero el problema no aclara, entonces se puede gastar menos de $2).

Al realizar la votación, se volvió a instalar el conflicto en el aula, ya que una alumna preguntó si se podían votar ellos mismos. Una de las inspectoras reflexionó sobre la importancia de esta elección en la que debían elegir al compañero que consideraran que haya sido el que mejor había explicado la resolución de la problemática, el que mejor había fundamentado y validado la resolución elegida; es decir, el que mejor podría representarlos en toda la provincia de Buenos Aires. Los niños se abocaron a votar, se produjo un empate entre 6 alumnos. Posteriormente se planteó el desempate entre esos 6 saliendo seleccionados 2 alumnos. Finalmente, se realizó el cierre.

El registro anterior pone en evidencia la dificultad de algunos alumnos de elegir democráticamente soluciones ajenas a la propia, abandonando posturas personales.

Al respecto se debe recordar que el Desafío matemático ha sido planteado en términos de no competencia, por lo que desde el principio deberá ponerse especial cuidado en el trabajo con este contenido. Se trata de competencias que deben planificarse, enseñarse y evaluarse.

La siguiente crónica, realizada por un integrante del equipo técnico regional, relata la experiencia desarrollada en otra región en la que no se presentaron conflictos durante el momento de la elección del representante.

Cuando los participantes terminaron de desayunar, la inspectora los convocó para que se presentaran y charlaran "sobre los motivos del encuentro". Ella les explicó la lógica de organización del sistema educativo provincial, les habló de los distritos y de las regiones. Luego, hizo hincapié en la característica de no competencia del desafío y en la importancia de poder compartir ese momento, ya que luego uno de los chicos representaría a la región.
Luego, se les pidió a los adultos que se retiraran para que los chicos y las coordinadoras pudieran trabajar "a solas". La Inspectora llevó adelante el encuentro. Les pidió que se pudieran de pie, cantaron la canción de "la batalla del calentamiento", lo que les permitió reírse, "aflojarse" para comenzar a trabajar, se generó muy lindo clima.
10.30 comenzó el momento individual, la coordinadora leyó el problema dos veces, algunos chicos preguntaban si podían gastar menos de $2 y ella les respondía sin sesgar las posibilidades ("eso deberás decidirlo vos", le dijo). Los alumnos trabajaron concentrados, respetando el momento individual. Media hora más tarde, comenzó el trabajo grupal; los niños fundamentaron la resolución y trataron de entenderse. A las 11:30 aún no habían podido elegir el problema que los representaría al grupo; la coordinadora pasaba por las mesas y les hacía recordar que debían elegir la solución que mejor respondía la pregunta, la que fuera más sintética, la que podía fundamentarse mejor, etcétera. Luego escribieron en el afiche, pegaron los tres afiches en el pizarrón y los representantes de cada grupo explicaron lo que habían hecho.
Todos los procedimientos respondían a lo pedido; los chicos dijeron que todos estaban bien aunque las respuestas fueran diferentes en los tres grupos: uno gastó $2; otro, $1,95 y el otro $1,80".
A las 12:00, luego de haber expuesto las propuestas, la coordinadora les pregunta qué tenían que hacer en ese momento, "¿qué nos falta hacer del encuentro?". Los chicos respondieron "elegir un chico o una chica" que los representara. Ella volvió a insistir que no se trataba de ver quién había ganado: "no hay ganadores, debemos elegir un compañero que sea el representante de la región, alguien que sea capaz de explicar las propuestas, que no le de vergüenza hablar, que pueda compartir con otros, etcétera".
Se les pregunta si todos quieren participar del próximo encuentro, y responden que sí, pero reflexionamos que todos no podemos ir que sólo irá un compañero como representante.
Los alumnos comentaron cómo había sido la elección en la etapa distrital. Por ejemplo, cada mesa eligió un representante y luego se sorteó quién participaba de los 4 elegidos, otros manifestaron que se eligieron entre todos. Los chicos decidieron elegir a un compañero entre todos y no por grupos. Luego deciden que la forma de elegirlo sería la votación. La coordinadora les explicó que hay diferentes formas de votar: secreto, nominando, etc., ellos decidieron hacer un voto secreto.
12:15 se organizaron para votar y entregaron el voto a la coordinadora. En ese momento, se invitó a los inspectores, directivos, docentes y padres a pasar a la sala para que pudieran conocer el resultado de la votación. Los chicos anotaron los votos y leyeron el resultado: ya tenían un representante para la Región.

Resulta interesante observar que, si bien el voto fue secreto (lo que brindó la oportunidad de que cada uno se autoeligiera), los alumnos eligieron un representante en la "primera vuelta". Este relato pone en evidencia la importancia del trabajo organizado por los adultos, alrededor de contenidos relacionados con actitudes democráticas.

Cuarta etapa. El Desafío matemático provincial

> Cuando ya estábamos en la Escuela, nos dieron el problema, hicimos una lectura nosotros y después el maestro.
> Lo leí dos veces (aproximadamente) hasta entenderlo. Lo hice, pero debo reconocer que me costó y cometí errores porque los maestros querían algo que no estaba en el enunciado, pero tal vez estaba, ¿quién sabe si me equivoqué? Yo no lo sé, pero con mis compañeros lo resolvimos y ayudamos a una chica que no entendía (después de armar la lámina, la cual fue divertida).
> Nos costó mucho decidir quién iba a ir al pizarrón, pero nos ayudó la maestra. Después hicimos un sorteo y salió un nene. Volvió y reconoció que no lo hizo muy bien porque tenía nervios, lo cual es normal.
> Nos dieron el almuerzo y lo comí. Salimos, fuimos al Centro Cultural, nos dieron el diploma y salimos a la placita y les pedí el teléfono a mi compañera de equipo y a otros chicos de otros grupos.
> ¡Buenísimo!
> (Jonathan, 10 años)

En la ciudad de La Plata, el martes 21 de marzo de 2006 entre las 11 y las 13 horas, se desarrolló en la EPB Nº 64, con la presencia de 49 niños el Desafío Matemático a nivel provincial. Los maestros que estuvieron a cargo de la conducción del grupo fueron Anabela, Liliana y Marcelo. Las observadoras- registradoras fueron: Silvina Petersen (Equipo Central, Capacitación Escuelas Rurales) y Alicia González Lemmi (ETR, Región 19, Referente Matemática EPB e Inicial)

Situación problemática:

> Cinco nenas llevaron a la escuela seis chocolates cada una y tres varones diez caramelos cada uno. Las nenas comieron dos caramelos cada una. Los varones comieron dos chocolates cada uno. Guardaron las golosinas que sobraron en cajas de la siguiente forma:
> En cada caja había la misma cantidad de golosinas.
> Todas las cajas tenían la misma cantidad de chocolates
> Todas las cajas tenían la misma cantidad de caramelos.
> a) ¿Cuántas cajas pueden haber armado?
> b) ¿Cuántos chocolates y cuántos caramelos pueden haber puesto en cada caja?
> c) ¿Será la única posibilidad?

Registro

Una vez que todos los nenes y adultos se acomodaron dentro del salón de clases, el docente[1] presentó con nombre a cada adulto y explicitó que estaban todos juntos para compartir, para conocer a otros chicos de la provincia, y no para ganar ninguno. Inmediatamente los niños empezaron a decir algunos comentarios que tenían que ver con su estado de ánimo, sus expectativas: "vinimos para divertirnos entre todos"; "llegué a La Plata a las siete y me voy a las siete"; "La Plata, ¡la ciudad de las diagonales!"; "La Plata es la capital de Buenos Aires y hay mucha movida, está la Catedral, el gobernador"; "el desafío te hace participar y conocer otros lugares"; "podemos conocernos todos";

[1] Rol asumido en forma indistinta por los tres maestros que gestionaron la clase.

"aprender experiencias nuevas"; "no venimos a ver quien gana o pierde"; "aprender a compartir"; "yo vine por mi clase a conocer"; "yo pensé que no se iba a hacer".

El docente retomó lo que había dicho y les preguntó, "¿Alguno pensó que vino para ganar o pensó, por ejemplo, ¿yo saldré primero?". La respuesta -unificada- fue un rotundo ¡No!

A continuación el docente dijo:
Docente: Pasemos entonces al Desafío matemático provincial. Les cuento que el año pasado se iba a llevar a cabo en la ciudad de Mar del Plata, después le sacaron el "mar" y hoy se realiza en La Plata. Ahora los otros dos maestros les van a entregar una hoja a cada uno con el problema. Cada uno lo va a leer... ¡ah no! primero van a escribir en esa hoja en blanco que les están entregando el apellido y nombre de cada uno de cada grupo y en el costado derecho escriben el nombre del color[2] de grupo que les corresponde. Cuando finalizan, nos entregan la hoja y después les damos el problema.

Los nenes comenzaron a escribir sus nombres y pasaban la hoja para que sus compañeros (del pequeño grupo) hicieran lo mismo; una vez que finalizaron fueron entregando la hoja completa.

Docente: Ahora cada uno recibe la hoja con el problema, escribe su nombre completo y cada nene lo lee para sí mismo sin molestar a los demás y luego el maestro lo leerá para todos juntos. Nos dijeron que iba a venir la televisión, pero nos engañaron.

Pasado un breve tiempo...

Docente: Ahora leeré el problema, el que quiere me sigue con la vista o lo resuelve sobre esa hoja, pero no en otra.

Alumno 1: ¿Puedo empezar?
Alumno 2: ¡Bastante complicadito!
Alumno 3: ¿Tenés que repartir las golosinas en cajas o en una caja?
Docente: Dice cajas, con "ese", volvamos al problema, ¿pregunta cuántas se guardaron en una caja?
Alumnos: ¡No!

Docente: Ahora entre 10 y 15 minutos cada uno escribe en su hoja lo que le parece para resolverlo. Pueden hacer cuentas, dibujos, lo que quieran. Cuando me paro en algo, vuelvo a leer el problema. Lean cada oración del problema pues seguro es un dato importante. Leo las veces necesarias.

Alumno: En la pregunta "c", ¿hay que encontrar la otra y las hago o pongo que sí y no lo hago?
Docente: Intenten buscar las otras posibilidades. Un compañero me está preguntando en voz baja si puede usar otra hoja, le dije que no, no importa que quede desprolijo o que borren, donde hay tachaduras hay trabajo, eso quiere decir que están pensando y que a veces se equivocan.

Los adultos comenzaron a caminar por entre los grupos, observando, atendiendo interrogantes, acompañando, guiando, sosteniendo las tensiones propias de la instancia, etcétera.

Se pudieron observar distintas manifestaciones: algunos chicos se mostraron seguros porque habían entendido el enunciado del problema y comenzaban a trabajar; a otros, les llevó más tiempo entenderlo y tuvieron que leerlo varias veces, haciendo consultas al docente; algunos

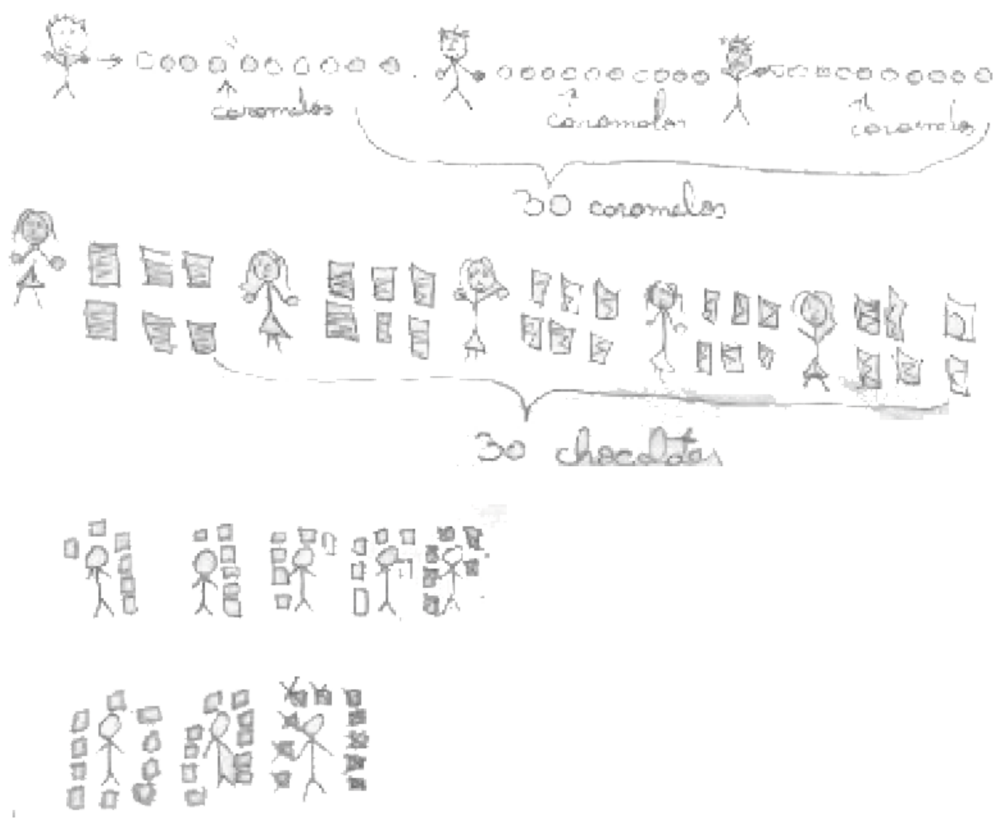
[2] Para la conformación de los pequeños grupos, desde el Equipo Central se previó la entrega de un distintivo (recorte de cartulina) a medida que los niños se fueron acreditando. En total fueron 8 colores: amarillo, verde, rojo, naranja claro, naranja oscuro, celeste, violeta, rosa.

pocos lloraron argumentando que no les salía nada, a lo que los docentes acudieron tratando de calmarlos y tranquilizarlos, logrando de esta forma que comenzaran a trabajar.

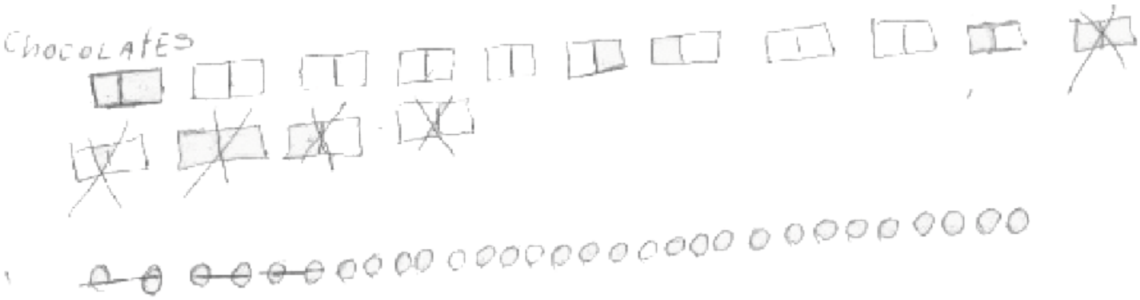
Alumno: Por ejemplo si pongo las golosinas, ¿tiene que haber un chocolate y un caramelo?
Docente: Leé el problema.
Alumno: Tiene que haber la misma cantidad. Si son 12 golosinas, ¿6 caramelos y 6 chocolates?
Docente: ¿Por qué no lees más detenidamente el problema?
Alumno: ¡No me sale!

Mientras, una observadora registró el diálogo al interior de uno de los grupos:
Alumno 1: ¡Hay muchas posibilidades!
Alumno 2: Puede haber 2, 4 y 3 cajas.
Alumno 3: No me sale. –Se puso bastante mal. En su hoja había dibujos de chicas y chicos–.
Alumno 4: Encontré 6 cajas.
Alumno 2. Yo 4.
Alumno 4. Hice 5 x 6 = 30; 3 x 10 = 30; 30 – 2 = 28.
Alumno 1: Pero dice "cada una dos caramelos".
Alumno 2: Eran cinco nenas.
Alumno 4: –Piensa, mira lo que había hecho y corrige en su hoja–.
Alumno 2: –En su hoja se observa que hizo todo mentalmente y solo puso las respuestas. –Cuando explica, sigue a partir de lo último que dijo su compañero–. 2 x 5 = 10 caramelos; de los 30, quedan 20 caramelos. Y 3 x 2 = 6 quedan 24 chocolates. Los 24 pueden ponerse en 4 cajas.
Alumno 1: Hice 24 : 4 y da 6 chocolates; 20 : 4 y da 5 caramelos; después 20 : 2 y da 10 caramelos y 24 : 2 y da 12 chocolates.
Alumno 4: También puede ser 3 cajas, –había hecho 20 : 3–.
Alumno 5: No te da. Porque 20 es par y no está en la tabla del 3.
Alumno 6: –Se limita a observar lo que hacen sus compañeros–.
Alumno 7: –Muestra las cuentas con las que pudo encontrar solo una posibilidad, la de las 4 cajas–.
Alumno 8: –Borró los dibujos. No pudo hacer nada–.

Simultáneamente, el resto de adultos observaba las diferentes producciones escritas con las que los chicos llegaban a una o más soluciones. Así, por medio de representaciones figurativas realizaban dibujos de cajas, de nenes o de nenas, hacían chocolates y caramelos, como se muestra en las siguientes imágenes.

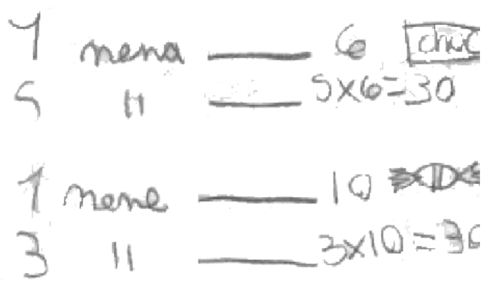


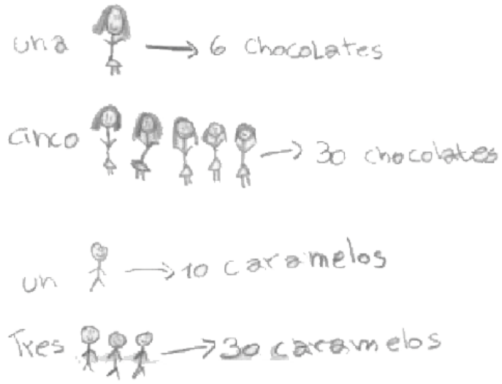
Otros representaron solamente las golosinas por medio de distintos símbolos, asignaron "redondeles" para los caramelos y "rectángulos" para los chocolates, es decir trabajaron mediante formas icónicas.



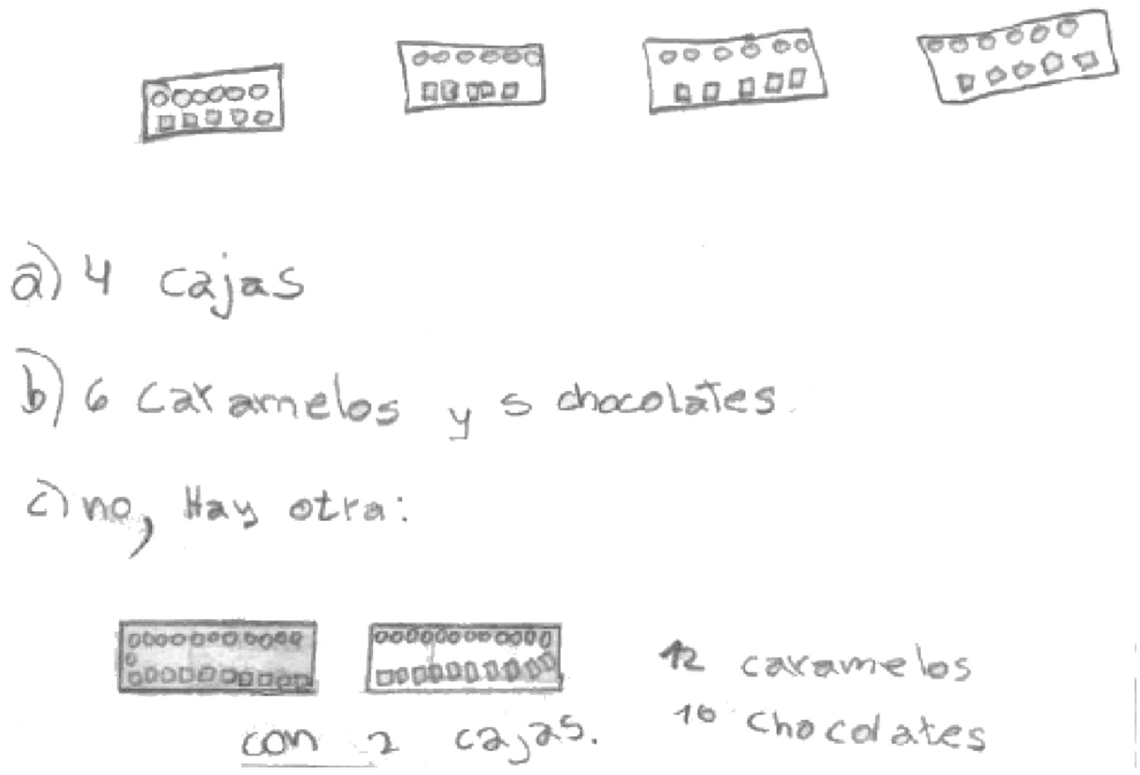
Otros emplearon números, hicieron cuentas, presentaron por medio de un planteo tradicional los datos y resolvieron las incógnitas.

o en forma "figurativa numérica"

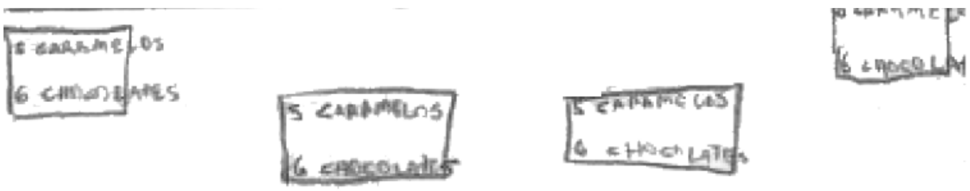


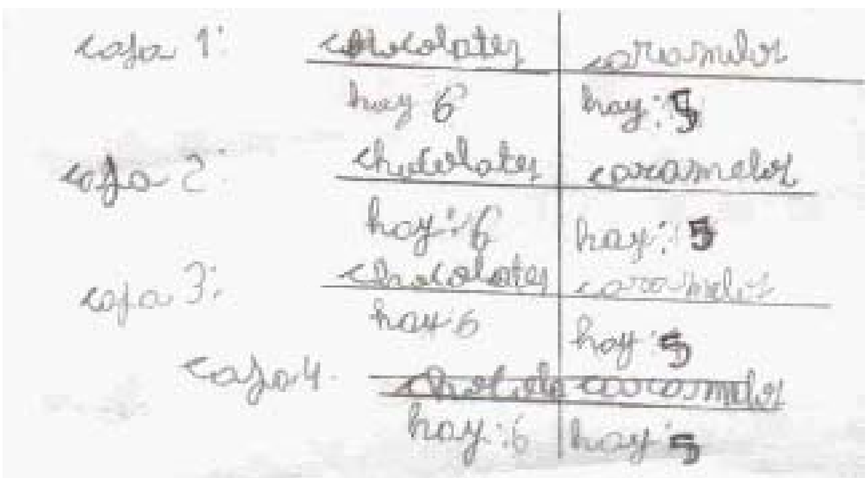


La mayoría expresó las respuestas con la escritura convencional e incluyó la representación figurativa con el dibujo de las cajas y la representación icónica de cada golosina.



Un niño dibujó las cajas pero empleó la notación convencional, tanto para indicar la cantidad como la variedad de golosina correspondiente:





En cambio, otro lo presentó por medio de una tabla

Alumno: ¿Puedo poner las golosinas en una sola caja?
Docente: Dice cajas, entonces es más de una caja. Fíjense que el problema dice que las golosinas se reparten en cajas de manera que haya la misma cantidad. Recuerden que tienen que intercambiar sus ideas. No escondan lo que hicieron, no lo tapen. El desafío es encontrar entre todos la solución. Si yo tengo una duda, la comparto con mi compañero y le pregunto, por ejemplo: ¿qué hiciste? ¿Cómo lo hiciste? ¿Por qué? y así llegan a una solución juntos.

Docente: ¡Atención voy a aclarar! El problema dice que tienen que tener la misma cantidad de chocolates y la misma cantidad de caramelos, no puede tener solo chocolates y solo caramelos, sino que en cada caja tienen que haber chocolates y también caramelos.
Alumno: ¡Claro! En cada caja hay un poco de chocolates y un poco de caramelos.

Frente a la presencia de la observadora, un nene le dice:
Alumno: 12 chocolates en una caja y 10 caramelos en la otra caja, ¿es así?
Observadora: Recién el docente aclaró que el problema dice que debe haber chocolates y caramelos en cada caja.
Alumno: (mirando con asombro) ¡Mezclados!
Observadora: ¡Sí!
Alumno: (vuelve a intentar la resolución).
Docente: A medida que vayan compartiendo y acordando una resolución nos piden una hoja afiche y un fibrón para escribir la resolución que van a presentar para todos los compañeros.
Docente: Cuando todos los afiches estén pegados, pasará un representante de cada grupo, no quiere decir que pasa el mejor, sino que lo elige el grupo. Cada grupo tiene todo el poder de elegir autónomamente quien lo representará.
Docente: ¿Qué condiciones debe reunir ese representante?
Alumno 1: ¡El que se anime!
Alumno 2: ¡El que sea buen compañero!
Alumno 3: ¡El que haya respetado la opinión de los compañeros!
Alumno 4: Que hable en plural: "hicimos"; "dibujamos".
Docente: ¿El que pasa es el campeón?
Alumnos: ¡No!
Docente: El que pasa representa al grupo. Lo deciden entre ustedes..., también puede resultar por sorteo.

Uno de los grupos comenzó a copiar en el afiche las soluciones que encontraron. Conversaban entre ellos para ponerse de acuerdo en quién pasaría a explicar la producción final. De los 7 integrantes del grupo, 4 querían ser los voceros del mismo. Uno de los alumnos se puso a llorar.

Observadora: Yo creo que todas las producciones que hicieron en sus hojas están muy bien, pero necesitan elegir un representante del grupo que cuente a los demás cómo resolvieron el problema. Me parece bárbaro que todos o la mayoría quiera pasar a explicar, pero en este caso es necesario que pase solo uno. Les propongo que hagan el simulacro en el grupo de estar frente a toda la clase y contar cómo resolvieron el problema. De esta manera ustedes mismos podrán decidir quien será el que los represente.

Alumno 7: [comienza a leer el afiche. A medida que va contando en voz alta, se pierde al querer explicar el significado de las cuentas que están escritas]: 5 x 6= 30 caramelos y 3 x 10 = 30 chocolates
Alumno 1: Te estás equivocando de golosinas.
Alumno 7: (lo intenta nuevamente) 30 chocolates menos 10 chocolates y me quedan 10 chocolates
Alumno 2: Los 10 no eran chocolates sino caramelos.
Alumno 7 ¡Estoy trabado, no se qué me pasa! Que siga otro.

(en su hoja había realizado todas las cuentas y encontrado sólo una posibilidad: colocar los chocolates y los caramelos en dos cajas).

Alumno 2: (alumno que lloraba) Yo lo hice mentalmente, pero puedo explicarlo.
(realizó una exposición clara y ordenada. En su hoja colocó sólo las respuestas a las preguntas, no hizo cuentas, pero podía explicar correctamente cómo llegar a esos resultados).
Alumno 5: Yo hice tablas, pero voy a tratar de explicarlo.
(comenzó a explicar, pero se perdía bastante porque lo que él había hecho para resolver el problema eran tablas y en el afiche había cuentas. Es decir, tenía dificultad para pasar de una forma de representación a otra)
Alumno 1: Cinco nenas llevaron a la escuela seis chocolates cada una, entonces nosotros multiplicamos 5x6 y nos dio 30 chocolates que llevaron a la escuela. Las nenas comieron dos caramelos cada una, hicimos 2 x 5 y da 10 caramelos que se comieron de los 30 que había. Quedan 20.
(cada vez que leía una expresión del problema le hacía corresponder una cuenta. Realizó una explicación muy minuciosa, detallada, organizada, con un lenguaje muy claro y con argumentaciones muy convincentes. Se notaba muy seguro, convencido y firme en lo que explicaba a sus compañeros. Siempre incluyó el "nosotros" en sus comentarios.)

Luego de concluidas las exposiciones, de cada integrante del pequeño grupo, tuvieron que elegir quién los iba a representar.
Todos concluyeron que la mejor exposición había sido la del Alumno 1, porque estaba más clara y mejor explicada, no se perdía cuando relataba.

Comenzaron a entregar y a pegar los afiches sobre el pizarrón. El docente iba nombrando los grupos por los colores respectivos y solicitando silencio.

Docente: Les pido por favor que no tengamos que pedirles silencio a cada rato.
Alumno: ¡Seamos compañeros!
Docente: Cuando pase un representante, todos esperan y escuchan con respeto. Cuando mañana vayan a sus escuelas traten de contarles cómo trabajaron, cómo se escucharon y que así se trabaja muy bien.

Grupo verde
a) Pueden haber armado 2 cajas.
b) En cada caja puede haber 12 chocolates y 10 caramelos.

a) Pueden haber armado 4 cajas.
b) En cada caja puede haber 6 chocolates y 5 caramelos.
c) No, hay más posibilidades.

Cuentas:

5 x 6= 30

Nenas — chocolates que llevó cada una — total de chocolates

3 x 10 = 30

Nenes — caramelos que llevó cada uno — total de caramelos

30 totales de caramelos
–
10 caramelos que se comieron
20 caramelos que quedan

30 totales de chocolates
–
6 chocolates que se comieron
24 chocolates que quedan

Docente: Los felicito!
Aplausos del grupo grande.

20	4	cajas
0	5	caramelos en cada caja

24	4	cajas
0	6	chocolates en cada caja

20	2	cajas
0	10	caramelos

24	2	cajas
0	12	chocolates

Grupo violeta

6 x 5 = 30 chocolates
3 x 10 = 30 caramelos

30
–
10
20 caramelos quedan

2
x 5
10 caramelos comieron

30
-
6
24 chocolates quedan

3
x 2
6 chocolates comieron

24	2	20	2
04	12	00	10

CAJA 1: 10 caramelos – 12 chocolates
CAJA 2: 10 caramelos – 12 chocolates

Pueden haber armado 2 cajas con 10 caramelos y 12 chocolates.
Si, hay más posibilidades.

CAJA 1: 6 chocolates y 5 caramelos
CAJA 2: 6 chocolates y 5 caramelos
CAJA 3: " "
CAJA 4: " "

Alumno: Eran 3 nenes que tienen 6 chocolates, hicimos 5 x 6 y da 30.

Eran 3 varones y comieron 2, 3 x 2 da 6 chocolates.

Después hicimos 5 x 2 porque comieron 10 caramelos los nenes 30 – 10 da 20.

Hicimos 30 - 6 y nos dio 24.

La caja 1 tiene 10 caramelos y 12 chocolates
La caja 2 tiene 10 caramelos y 12 chocolates

Docente: Encontraron otras posibilidades?
Alumno: Sí, hay dos posibilidades.
Alumno (de otro grupo): ¿Por qué hicieron 2 x 3?
Docente: ¿Qué es el 2 y qué es el 3?
Alumno: 2 son chocolates y 3 son los varones.

Observadora: ¿Por qué 2 cajas? ¿Cómo supieron que eran 12 y 10?
Alumno: Porque es por la mitad.
Observadora: ¿Por qué pensaron en la mitad?
Alumno: Porque te da bien, 24 dividido 2 es 12 y 20 dividido 2 es 10
Observadora: Pero… ¡Cómo!... 24 dividido 3 me da 8 que está bien.
Alumno: Sí, pero si haces 20 dividido 3, no te da, por eso no son tres cajas.
Alumno (del mismo grupo): Estuvimos probando… 20 es un número par. En 3 no te iba a dar en partes iguales. En la tabla del 3 no aparece el 20.
Observadora: ¡Ahora sí! Los felicito han argumentado de dónde obtuvieron su respuesta.
Docente: Los felicito!
Aplausos del grupo grande.

Grupo amarillo

$$\begin{array}{l|l} 24 & 4 \\ \hline 0 & 6 \end{array} \qquad \begin{array}{l|l} 20 & 4 \\ \hline 0 & 5 \end{array}$$

4 cajas poniendo 6 chocolates en cada caja y 5 caramelos en cada caja.

NENAS
5 x 6 = 30 chocolates

30 caramelos – 10 caramelos= 20 caramelos que quedan

20 : 2
10 10

NENES
3x 10 = 30 caramelos
30 chocolates – 6 chocolates = 24 queda

24: 2
10 12

10 caramelos 12 chocolates

Alumno: Primero nenas eran 5 que cada una comió 6 chocolates. Multipliqué para saber cuántos chocolates.
Las nenas comieron 2 cada una 2 x 5 da 10 les restamos 10 y da 20 chocolates.
Casi lo mismo hicimos.
Eran 3 nenes que comieron 10 caramelos 3 x 10 = 30 Se habían comido cada uno 3 2 x 3= 6 en total 30 – 6 que comieron da 24
10 caramelos en 1 caja y 12 chocolates en una caja y 10 y 12 en otra.

El docente al reconocer la confusión preguntó.
Docente: ¿En cuántas cajas?
Alumno: Lo hicimos de otra manera, mentalmente hasta llegar a 20 y 24.
Docente: ¿Alguno del grupo la puede ayudar?

Pasó otra nena y lo explicó correctamente.

Aplausos del grupo grande.

Grupo naranja oscuro

5 x 6= 30 cho.
3 x 10= 30 car.
5x2= 10 car.
3x2= 6 cho.
30 – 10 = 20 car. Que sobraron
30 – 6 = 24 cho. Sobraron

20 + 24 = 44 total que sobra

$$\begin{array}{r|l} 44 & 11 \\ \hline 0 & 4 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 44 & 22 \\ \hline 0 & 11 \end{array}$$

4 cajas = 5 car. y 6 cho.

2 cajas = 12 cho. y 10 car.
Pueden armar 2 y 4 cajas

b) 2 cajas = 12 cho, y 10 car. = 22 4 cajas = 5 car. y 6 cho. = 11

c) Hay varias posibilidades.

22 + 22 = 44
2 cajas 4 cajas

Alumno: Decía que 3 chicos tenían 10 chocolates.
Docente: No vuelvas a los chicos porque ya lo dijeron.
Alumno: 24 chocolates y 20 caramelos. Pueden haber armado 2 ó 4 cajas. 12 y 10 que representan las 22 golosinas
4 cajas 11 golosinas en cada una, total 44.
En una caja 22.
Docente: Ya lo mencionaste, está perfecto, hay dos posibilidades.
Docente: ¿Podrían haber armado 9, 5 ó 6 cajas?
Alumnos: ¡No!
Docente: ¿Por qué no?
Alumno (de otro grupo): No, porque no alcanza o sobra.
Alumno (de otro grupo): Da decimales
Docente: (dibuja sobre el pizarrón seis cajas, escribe y dice) Si tenemos 6 cajas, 24 chocolates y 20 cararmelos, ¿cuántos chocolates puedo meter en las cajas?
Alumno: Puede 4 chocolates.
Alumno: 24 es múltiplo de 6.
Docente: ¿Cuántos caramelos en las 6 cajas?

Alumno: No se puede, si ponés 3 caramelos te alcanzan.
Alumno: ¿Alcanzan?, ¡sobran 2!
Alumno: No podemos porque el 20 no aparece en la tabla del 6.
Docente: Buscaron muy bien los múltiplos.
Aplausos del grupo grande.

Grupo rosa

2 c. x 3 nenes = 6 comieron	6 c. x 5 nenas = 30	10 car. x 3 nenes = 30
2 car. X 5 nenas = 10 comieron	30 c. + 6 c. = 26	30 car. – 10 car. = 20

5 caramelos	5 caramelos	5 caramelos	5 caramelos
6 chocolates	6 chocolates	6 chocolates	6 chocolates

a) Pueden haber armado 4 cajas.
b) En cada una de las cajas hay 5 caramelos y 6 chocolates.
c) No. Ejemplo

12 chocolates	12 chocolates
10 caramelos	10 caramelos

Docente: ¡Los felicito!
Aplausos del grupo grande.

Grupo rojo

a) 2 cajas.
b) 12 chocolates y 10 caramelos.
c) 4 cajas.

$$\begin{array}{l|l} 24 & 2 \\ \hline 00 & 12 \end{array} \qquad \begin{array}{l|l} 20 & 2 \\ \hline 00 & 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} 24 & 4 \\ \hline 00 & 6 \end{array} \qquad \begin{array}{l|l} 20 & 4 \\ \hline 00 & 5 \end{array}$$

Alumno: 5 nenas por 6 chocolates da 30 chocolates. 3 varones comieron 10 caramelos cada uno 10 x 3 da 30.

Las nenas comieron 2 caramelos cada una, eran 5 y comieron 10 caramelos
30 – 10 nos dio 20 caramelos.

Los chicos 2 chocolates cada uno, eran 3 2x 3 da 6 30 – 6 es igual 24 chocolates.

Todos tienen la misma cantidad de chocolates que de caramelos.

Docente: ¿Cómo hicieron para saber que eran 4 cajas y 2 cajas?
Alumno: Empezamos a probar 24:2 como nos dio exacta nos dio bien, entonces armamos 2 cajas. Probamos con 4 y nos dio exacto.
Alumno (de otro grupo, quien se da cuenta que el representante leía de su hoja individual y no del afiche pegado): ¿Dónde dice eso?
Alumno: En mi cabeza, lo hicimos mentalmente.

Observadora: Les tengo que contar que cuando el alumno le explicó a sus compañeros cómo había resuelto el problema, le fue diciendo las operaciones que hizo, pero en su hoja sólo estaban las respuestas. Hizo todo mentalmente.

Alumno (de otro grupo): A mí me parece que está muy bien lo mental, pero para que no queden dudas, es preferible escribir todo lo que vayan a explicar.

Docente: Los felicito!
Aplausos del grupo grande.

Grupo naranja claro

6 x 5 = 30 10 x 3 = 30   30 – 10 = 20   30 – 6= 24

20 + 24 = 44   44 : 4 = 11

a) Pueden haber 4 cajas.
b) Pueden haber 5 caramelos y 6 chocolates en cada caja.
c) No, hay más posibilidades.

Docente: ¿Qué otra posibilidad hay?
Alumno: 2 cajas
Docente: ¿Dónde dice 2 cajas?
Alumno: Mentalmente hicimos 2 cajas y escribimos todo lo de las 4 cajas.

Docente: Los felicito!
Aplausos del grupo grande.

Grupo celeste

$$\begin{array}{rl} 3 & \\ \times\ 10 & \text{total de caramelos} \\ 30 & \\ -\ 10 & \\ \hline 20 & \text{sobran} \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} 5 & \\ \times\ 6 & \text{total de chocolates} \\ \hline 30 & \\ -\ 6 & \\ \hline 24 & \end{array}$$

a) Pueden armar 2 cajas.
b) Pueden haber puesto 12 chocolates y 10 caramelos.
c) No. En 4 cajas 6 chocolates y 5 caramelos.

Docente: Los felicito!
Aplausos del grupo grande.
Docente: ¿Todos llegaron a la misma respuesta?
Alumnos: ¡sí!
Docente: En 2 o en 4 cajas. ¿Todos usaron las mismas cuentas? ¿El mismo procedimiento?
Alumnos: ¡No!

Alumno 1: Usamos otros caminos.
Alumno 2: Coincidimos en partes sí y en partes no.
Docente: Lo importante es que todos llegaron de diferentes formas.
Docente: ¡Todos los felicitamos y los aplaudimos!
Observadora: ¡Un fuerte aplauso para los maestros!

Características del registro de clase

"centrarse en el conocimiento didáctico supone necesariamente incluir el aula en el proceso de capacitación, poner en primer plano lo que ocurre realmente en la clase, estudiar el funcionamiento de la enseñanza y del aprendizaje [...] un instrumento resulta esencial: el registro de clase".
Fragmento de Lerner, D., Leer y escribir en la escuela: lo real, lo posible y lo necesario. México, Fondo de Cultura Económica, 2001.

Registrar es escribir lo observado y lo vivido durante una determinada situación, es la memoria documentada del quehacer docente.

Entre otras funciones, el registro de clase permite al docente:

- Conservar los aspectos más significativos de una experiencia.
- Reflexionar sobre la práctica, "tener a mano la práctica" realizada para poder trabajar sobre ella.
- Disponer de una descripción que le posibilite someter al análisis personal los elementos que pudo recuperar de su clase
- "Volver a mirar" la práctica, y a partir de esto enriquecer el hacer cotidiano.
- Compartir los registros con sus pares y recibir aportes de los otros, para incorporar a su propia toma de decisiones.
- Retrabajar la práctica centrando la reflexión en las situaciones que resultaron problemáticas.

El registro puede ser de una clase en la que ha participado la persona que lo realiza, o estar producido por un observador externo.

En el primer caso, hay que tener en cuenta las condiciones reales en que los maestros desarrollan su tarea y por lo tanto la imposibilidad de registrar todo mientras ocurre.

Todos los datos que puedan registrarse antes, es bueno que los docentes los escriban: fecha, temas, contenidos a desarrollar, criterios de selección, tipos de agrupamientos, alumnos destinatarios. Durante la clase, se podrán tomar algunas notas como ayuda memoria para luego poder reconstruirla. Esa reconstrucción debe ser realizada poco tiempo después de la experiencia, como máximo entre las doce y veinticuatro horas posteriores a la acción.

La actividad de observar y registrar clases no es una tarea simple, sino, por el contrario, requiere de cierta práctica. No es fácil "ver" una clase y poder plasmar por escrito los aspectos significativos de la misma.

Es importante no confundir opiniones personales con datos observables. En todo registro, además de las descripciones objetivas, estará presente siempre el elemento subjetivo (sensaciones, sentimientos, suposiciones, dudas).

El registro de experiencias además de ser un instrumento para mejor las prácticas docentes es una herramienta de capacitación ya que:

- solo registrando se aprende a registrar;

- cuando se registra se aprende de lo que se va viendo y escuchando;

- al releer y analizar reflexivamente su contenido, se amplía la comprensión de las prácticas de enseñanza, se profundizan conceptos, se encuentran alternativas, se rescatan y conservan los logros y aciertos.

Contenidos de un registro

La presentación de la observación docente puede constar de:

- encabezamiento con datos formales: establecimiento escolar, año o sección, nombre del observador y del observado, fecha de la clase, duración de la misma, cantidad de niños presentes, materiales utilizados, resumen de la situación didáctica;

- una trascripción en estilo directo, a dos columnas, de las intervenciones realizadas por la docente y por los niños, así como las interacciones entre ellos;

- el texto utilizado y las producciones escritas que aparezcan durante la clase;

- un comentario final producto del intercambio entre docente observador y observado.

Es importante poder focalizar y discriminar las distintas variables intervinientes en la situación clase. El docente debe tener en cuenta el planteo de la situación didáctica, las intervenciones de los niños, tanto las convencionales como las no convencionales, la interacción entre los niños, las intervenciones del docente frente a las respuestas de los alumnos, frente a los errores.

Reflexión

"Si cada maestro pudiese realizar una actividad del tipo de la planteada, se estaría abriendo el camino para la construcción de conocimiento pedagógico, a partir de reflexionar sobre la propia práctica tomándola como objeto de estudio".

"Si los directores pueden encontrar aspectos comunes y diferenciados en las prácticas de los distintos maestros y desde allí profundizar en la coherencia de las estrategias globales de la escuela, se avanzará en proyectos educativos institucionales cada vez más ajustados a la realidad".

Bibliografía

Allen, B., *El registro de experiencias como instrumento de perfeccionamiento docente*. 1996 DGCyE.
Bello, A.; País, C. y Valdés, J., *Una alternativa para la transformación de la Práctica Pedagógica: la observación docente*. Revista Lectura y Vida.
Golzman, G. y Záttera, O., *El lugar del registro en la capacitación.*

Análisis[1] de la experiencia

Promover un "hombre" democrático... la matemática tiene (y debe) mucho por hacer...

Nos resulta significativo iniciar el apartado de análisis, con la instancia registrada cuando en uno de los grupos debieron elegir al representante que explicaría la resolución presentada en el afiche.

Para ello compartimos la siguiente cita de Guy Brousseau[2] del año 1991, quien afirma que "[...] No se trata sólo de enseñar los rudimentos de una técnica, ni siquiera los fundamentos de una cultura: las matemáticas [...] son el primer dominio –y el más importante– en que los (alumnos) pueden aprender los rudimentos de la gestión individual y social de la verdad. Aprenden en él –o deberían aprender en él– no sólo los fundamentos de su actividad cognitiva, sino también las reglas sociales del debate y de la toma de decisiones pertinentes: cómo convencer respetando al interlocutor; cómo dejarse convencer contra su deseo o su interés; cómo renunciar a la autoridad, a la seducción, a la retórica, a la forma, para compartir lo que será una verdad común [...] Soy de los que piensan que la educación matemática, y en particular la educación matemática de que acabo de hablar, es necesaria para la cultura de una sociedad que quiere ser una democracia."[3]

Así, desde esta concepción del aprendizaje de la matemática, adherimos firmemente a su promoción para colaborar en la formación de actitudes democráticas. Para ello debe ser abordada desde su enseñanza con la metodología implementada en el Desafío Matemático.

El reconocimiento de los "datos"

Un niño y una niña trabajaron sobre el enunciado de la situación problemática; señalaron las partes del texto y dejaron sin marcar la expresión: "a la escuela".

El niño usó dos colores diferentes: uno para subrayar los datos relevantes y otroo para marcar los tres interrogantes que debía responder.

Cinco nenas llevaron a la escuela seis chocolates cada una y tres varones diez caramelos cada uno.
Las nenas comieron dos caramelos cada una.
Los varones comieron dos chocolates cada uno.
Guardaron las golosinas que sobraron en cajas de la siguiente forma:
En cada caja había la misma cantidad de golosinas
Todas las cajas tenían la misma cantidad de chocolates
Todas las cajas tenían la misma cantidad de caramelos.
a) ¿Cuántas cajas pueden haber armado?
b) ¿Cuántos chocolates y cuántos caramelos pueden haber puesto en cada caja?
c) ¿Será la única posibilidad?

[1] Producido, posteriormente al registro, por la referente de Matemática para Inicial y EPB, integrante del ETR de la Región 19, Prof. Alicia González Lemmi

[2] Especialista francés en Didáctica de la Matemática, autor de la Teoría de las Situaciones Didácticas.

[3] "*¿Qué pueden aportar a los enseñantes los diferentes enfoques de la Didáctica de las Matemáticas?*" (segunda parte), en Enseñanza de las Ciencias, Revista de investigación y experiencias didácticas, Volumen 9/ Nº 1 Barcelona, marzo de 1991.

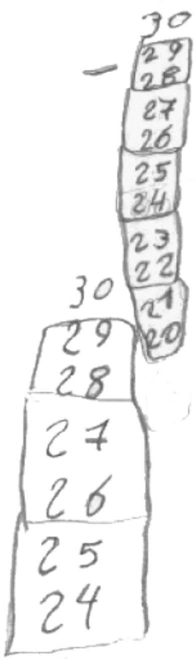
Por su parte, la niña subrayó los datos y marcó con arcos las preguntas.

Cinco nenas llevaron a la escuela seis chocolates cada una y tres varones diez caramelos cada uno.
Las nenas comieron dos caramelos cada una.
Los varones comieron dos chocolates cada uno.
Guardaron las golosinas que sobraron en cajas de la siguiente forma:
En cada caja había la misma cantidad de golosinas
Todas las cajas tenían la misma cantidad de chocolates
Todas las cajas tenían la misma cantidad de caramelos.
a) ¿Cuántas cajas pueden haber armado?
b) ¿Cuántos chocolates y cuántos caramelos pueden haber puesto en cada caja?
c) ¿Será la única posibilidad?

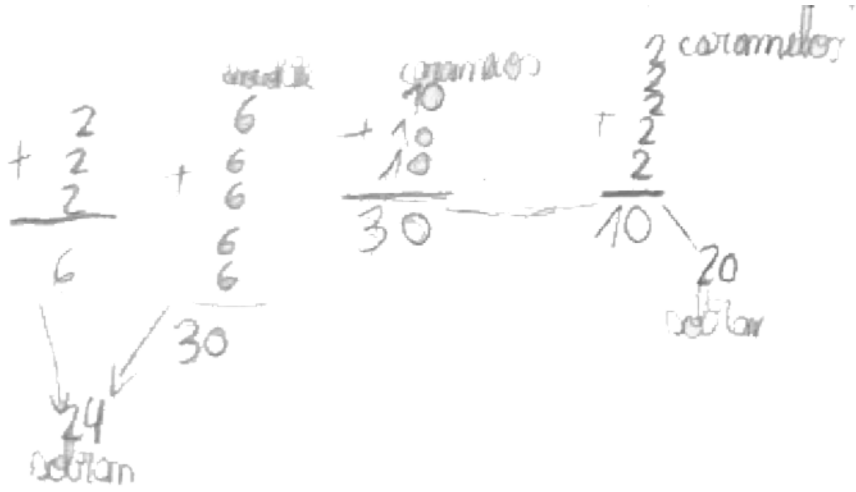
Procedimientos de resolución empleados en esta instancia

En todos los casos, los niños realizaron procedimientos *numéricos*; algunos también realizaron representaciones figurativas por medio de íconos. En este caso, no se observó el uso de las representaciones figurativas como formas de resolución, sino como complemento de las incógnitas obtenidas en forma numérica; es decir, como otra forma de mostrar cuántas cajas y cuántas golosinas de cada tipo se pueden guardar. Los distintos procedimientos numéricos presentados en esta instancia se pueden caracterizar del siguiente modo.

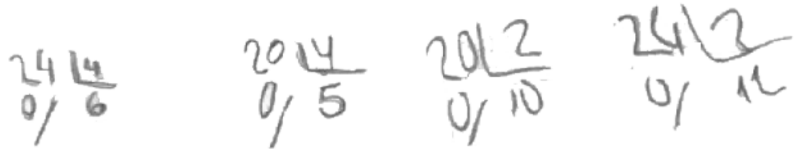
- **Desconteo** (escritura vertical): les sirvió para averiguar cuántos caramelos y cuántos chocolates habían quedado después de que los nenes y las nenas comieran algunos de cada clase:
  – **30**, 29, 28, 27, 26, 25, 24, 23, 22, 21, **20**;
  – **30**, 29, 28, 27, 26, 25, **24**.



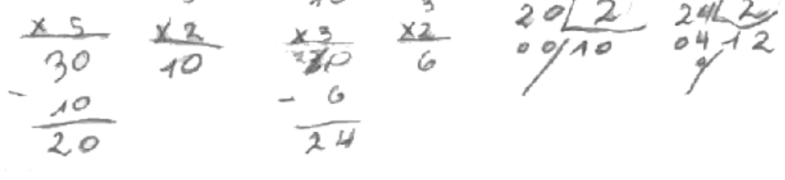
- **Sumas reiteradas** (escritura vertical):
  – 2 + 2 + 2 = 6
  – 6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 30
  – 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 10
  – 10 + 10 + 10 = 30



- **Cálculo reflexionado mental sin registro en la hoja** mediante el cual averiguaron el total de chocolates y de caramelos que llevaron a la escuela y supieron cuántos chocolates y caramelos quedaron para guardar. También realizaron **cálculos reflexionados escritos correctamente** (escritura vertical) para averiguar la cantidad de chocolates y caramelos en las cajas, por ejemplo:
  – 24 : 4 = 6
  – 20 : 4 = 5
  – 20 : 2 = 10
  – 24 : 2 = 12



- **Cálculos reflexionados escritos correctamente en forma "dependiente"** (escritura vertical):
  – 6 x 5 = 30 – 10 = 20
  – 5 x 2 = 10
  – 10 x 3 = 30 – 6 = 24
  – 3 x 2 = 6
  – 20 : 2 = 10
  – 24 : 2 = 12



- **Cálculos reflexionados escritos correctamente en forma "independiente"** (escrituras horizontales y/o verticales):
  – 5 x 6 = 30
  – 10 x 3 = 30
  – 5 x 2 = 10
  – 3 x 2 = 6
  – 30 – 10 = 20
  – 30 – 6 = 24
  – 24 + 20 = 44

$5 \times 6 = 30 \quad 10 \times 3 = 30 \quad 5 \times 2 = 10 \quad 3 \times 2 = 6$

$$\begin{array}{r} 30 \\ -\ 10 \\ \hline 20 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 30 \\ -\ 6 \\ \hline 24 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 24 \\ +\ 20 \\ \hline 44 \end{array}$$

Análisis de algunos procedimientos de resolución

En la siguiente producción, uno de los alumnos demuestra su experticia: considera los datos relevantes y los relaciona mediante cálculos expertos. Registra por escrito cada paso ordenado del desarrollo.

5 x 6 = 30 -> total de chocolates
Nenas Chocolates que llevó cada una

3 x 10 = 30 -> total de caramelos
varones caramelos que llevó cada uno

30 -> total de caramelos
10 -> caramelos que se comieron
20 -> caramelos sobrantes

30 – 6 = 24 -> chocolates sobrantes
total de choc – choc que se comieron

Caramelos 20 |4 cajas
sobrantes 00 5 caramelos en cada caja

chocolates 24 |4 cajas
sobrantes 00 6 chocolates en cada caja

caramelos 20 |2 cajas
sobrantes 00 10 caramelos en cada caja

chocolates 24 |2 cajas
sobrantes 00 12 chocolates en cada caja

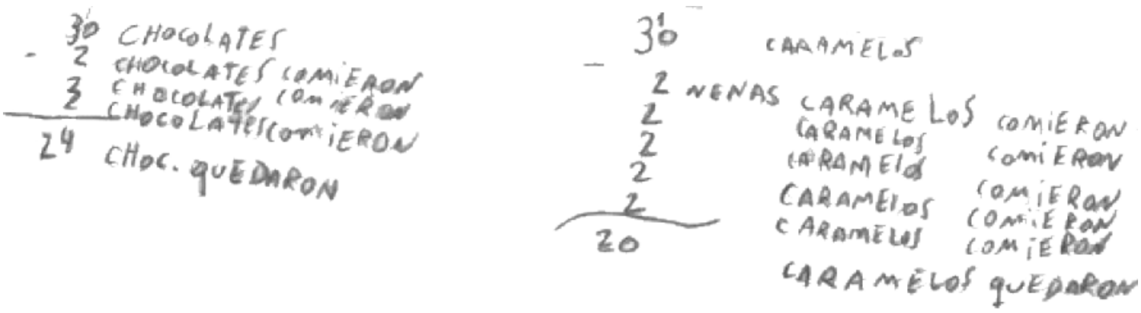
a) Se puede haber armado 4 cajas
b) Se pueden haber colocado 5 caramelos y 6 chocolates
c) .... se pueden formar con dos cajas de 10 caramelos y 12 chocolates

Otro resuelve de manera menos experta que la anterior: reitera los datos relevantes y promueve el uso de sumas reiteradas.

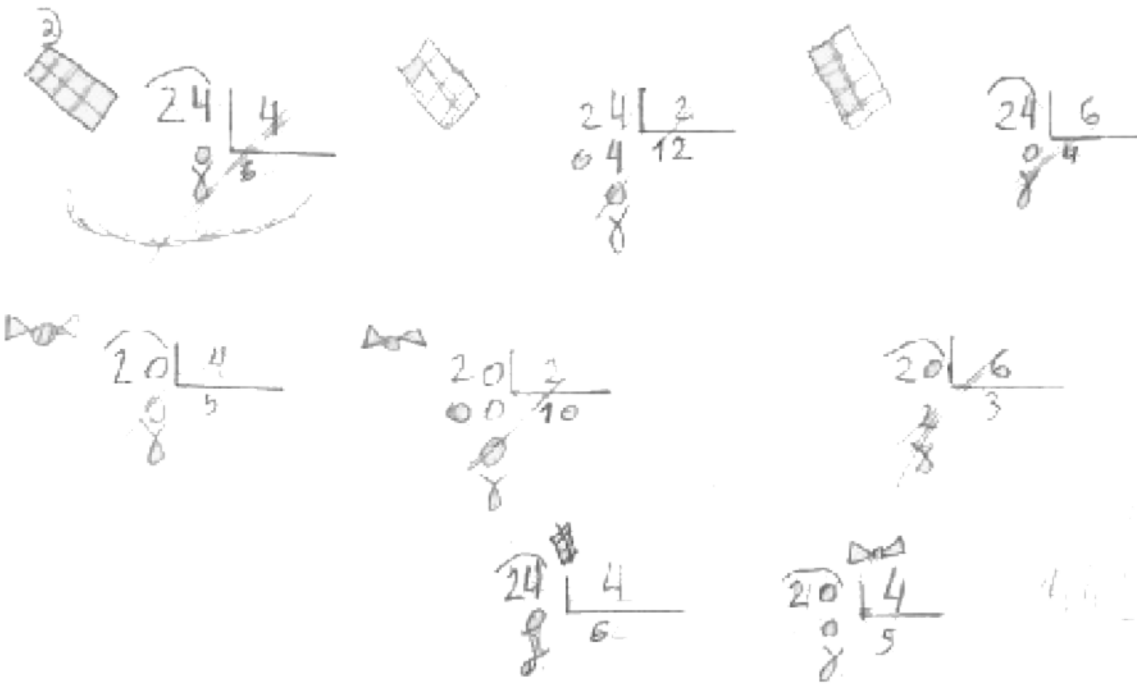
+ 10 NENE CARAMELOS
10 CARAMELOS
10 CARAMELOS
30 = TOTAL CARAMELOS ENTRE TODOS

+ 6 NENA 1 CHOC.
6 NENA 2 CHOC.
6 NENA 3 CHOC.
6 NENA 4 CHOC.
6 NENA 5 CHOC.
30 CHOC ENTRE TODOS

En esta producción "menos experta" resulta fácilmente reconocible que el niño pone en juego una modalidad para escribir y resolver la sustracción que no se corresponde con el algoritmo convencional. Asimismo, se observa que obtiene las respuestas correctas para determinar tanto la cantidad de caramelos como de chocolates que quedan por guardar. Esto da muestras claras, por parte del niño, de un control interno de acciones sustractivas reiteradas.



Otro alumno, después de haber obtenido –en forma mental sin registro escrito– la cantidad de golosinas para guardar –24 chocolates y 20 caramelos–, presenta la búsqueda del número posible de cajas y prueba con divisiones por 2, 4 y 6. Si bien no explicita el motivo de la elección de dichos divisores (reconocidos como "comunes" y que resultan del aprendizaje escolar de las "tablas de multiplicar") encuentra en las tablas del 2, del 4 y del 6 el "24" y en las del 2 y del 4, el producto "20". Descarta, entonces, la posibilidad de que sean 6 cajas y responde por 2 y 4 cajas para guardar las golosinas.



Obstáculos observados

Los dos obstáculos más significativos que se presentaron tenían relación con el enunciado de la situación problemática; por un lado, uno tiene que ver con lo *lingüístico* y otro, con la *relación de inclusión jerárquica entre clases*.

La tercera pregunta ("¿Será la única posibilidad?"), produjo desconcierto entre los nenes. Repetidas veces preguntaron sobre el ítem y de diferentes formas el docente intentó aclararles las dudas. Una de las primeras preguntas fue si era suficiente con decir que sí, que había otra posibilidad o si también había que desarrollarla. Otra fue que al reconocer dos posibles respuestas (2 ó 4 cajas), sabían entonces que no era una sola. El problema lingüístico se producía al tener que responder por escrito dicha conclusión.

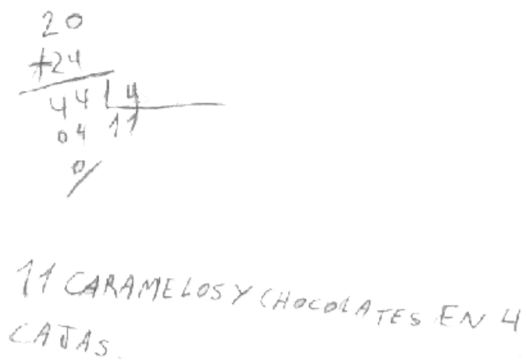
Así, surgieron como respuestas posibles: "No"; "No hay otras"; "No, hay otras posibilidades"; "No, hay dos posibilidades"; "No también puede ser..."; "No es la única posibilidad"; "No. Sino también... "; "Sí"; "Sí hay más posibilidades"; "Sí hay muchas más"; "Hay otra posibilidad"; "Hay varias".

Es fácilmente reconocible que lingüísticamente resultan expresiones contradictorias; sin embargo, todas apuntaban a la misma respuesta correcta: "No, no es la única posibilidad. Hay dos posibilidades".

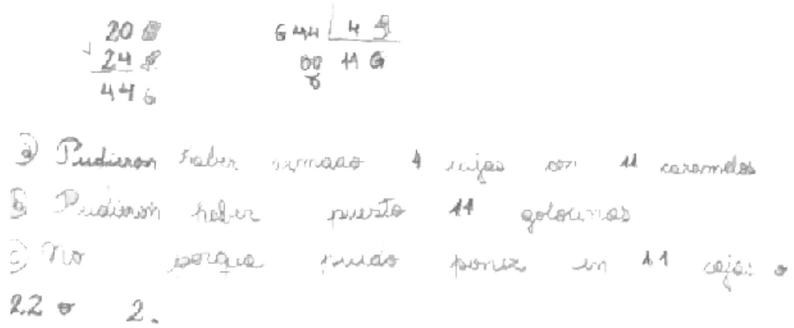
El segundo obstáculo tiene que ver con la lógica de clases, específicamente con la relación de inclusión jerárquica. Este problema presenta como universo (clase inclusora) las **golosinas** y como partes (clases incluídas) **chocolates** y **caramelos**.

Un vez que los nenes habían trabajado con las partes y averiguado cuántos chocolates y cuántos caramelos debían guardar en cada una de las cajas, pasaban a considerarlas como golosinas (clase inclusora). Es decir, una vez que tenían las partes (chocolates y caramelos) y las juntaban (en la caja) pasaban a tener golosinas. Esta relación jerárquica es tan fuerte en términos intelectuales que algunos nenes no pudieron encontrar las respuestas correctas, pues no podían "desarmar" el todo ("golosinas") en las partes ("chocolates" y "caramelos") para dar respuesta a la segunda pregunta ("¿cuántos chocolates y cuántos caramelos pueden haber puesto en cada caja?").

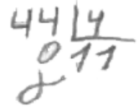
Por ejemplo, uno de los niños obtuvo como resultado que tenía 44 golosinas para guardar; las dividió en 4 cajas y obtuvo 11 golosinas. Sin embargo, en la respuesta escribió 11 caramelos y chocolates.



Una niña realiza los mismos cálculos, pero en sus respuestas el 11 resulta "caramelos" (para la pregunta "a"); "golosinas" (para la "b") y "cajas" (para la "c").



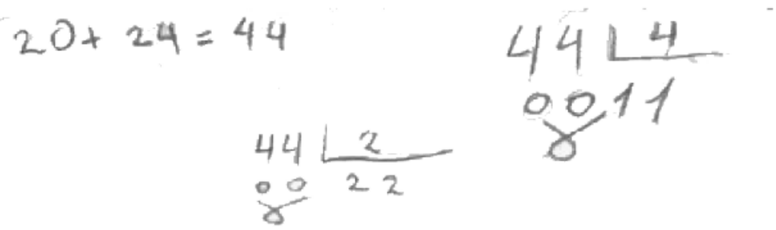
Para otro niño, el resultado 11 se corresponde con la cantidad de cajas.



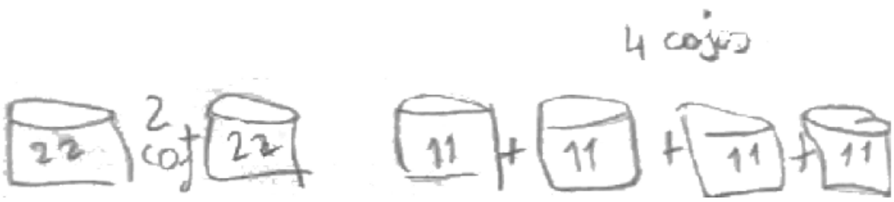
Y para una niña, 11 son las golosinas:

Muchos niños hicieron referencia a las cantidades "44" y "22" golosinas (24 chocolates + 20 caramelos = 44 golosinas). En los casos que resolvieron "por dos" cajas, asignaron 22 golosinas a cada una (12 chocolates y 10 caramelos) y en el caso que resolvieron "por cuatro" cajas, repartieron 11 golosinas en cada una (6 chocolates y 5 caramelos).

Así lo muestra también otra niña que lo resolvió mediante cálculos.



Por su parte, otra participante después de haber realizado varios cálculos optó por representar gráficamente las cajas. En cada caso escribió simbólicamente la cantidad de "golosinas" sin diferenciar cuántos caramelos y cuántos chocolates.



En síntesis, en estos casos los niños no han podido trabajar de manera simultánea con el todo (golosinas) y las partes (chocolates y caramelos), sino de a uno por vez. Por el contrario, las resoluciones del resto de los participantes demuestran que pudieron pensar en el todo "golosinas"; separarlo en dos partes: "caramelos" y "chocolates" y volver a recomponerlo como todo "golosinas", es decir, realizar acciones propias del pensamiento de tipo reversible, lo que significa que pueden pensar en el "todo", en una "parte" y obtener la otra "parte".

Piaget describe claramente esta cuestión cuando hace referencia a que los niños "[...] tienen un plan desde el comienzo (o lo encuentran rápidamente), y [...] ese plan les permite pasar del todo a la parte y viceversa, y combinar con movilidad los procesos ascendentes de reunión y los procesos descendentes de subdivisión. Sentaremos pues desde ya una hipótesis [...] la inclusión de las clases está ligada a un esquema anticipador [...] y que tal esquema es necesario no sólo para el ejercicio de la reversibilidad sino también para el control del "todos" y el "algunos"[...]".[1]

[1] Piaget, Jean e Inhelder, Bärbel, *Génesis de las estructuras lógicas elementales.* 5ª ed. Buenos Aires, Guadalupe, 1983, p. 67

2 La capacitación

La capacitación de los maestros de cuarto año y de los directivos de las escuelas, constituye uno de los pilares del proyecto de Fortalecimiento de la Enseñanza de la Matemática (FEM). Con el propósito de otorgar coherencia en las acciones, se ha considerado dar protagonismo al rol de los supervisores como capacitadores, quienes contaron a su vez con una capacitación específica y demostraron compromiso e idoneidad en la tarea. En los textos que siguen a continuación, se transcriben los relatos de varios de ellos en los que expresan la satisfacción por haber desarrollado un trabajo próspero, que quieren continuar.

La perspectiva de los participantes

Algunos docentes protagonistas del proyecto dieron sus opiniones respecto de la experiencia de la capacitación. Sus relatos pueden resultar representativos de los de otros actores participantes.

Un docente del proyecto explica que "a partir de la capacitación, los alumnos han adquirido gradualmente herramientas para la resolución de las situaciones planteadas. Es evidente que después de este proceso, se desempeñan con mayor seguridad y libertad, por ejemplo, se nota cuando eligen el camino que consideran más adecuado". Indica, además, que "poco a poco, los alumnos van descubriendo y adoptando las que conllevan ahorro de tiempo y energía".

En este sentido, una supervisora manifiesta que los docentes de cuarto año que participaron de la capacitación, advirtieron una "paulatina evolución de los alumnos al enfrentarse a la resolución de las situaciones problemáticas" pero que, "lamentablemente, debido a las dificultades para generar momentos de encuentro, la experiencia realizada por los docentes de cuarto año no pudo extenderse a otros cursos". Además, señala que "si se recuperaran las jornadas con suspensión de clases, sería posible compartir esta práctica con otros, ya que en esa instancia se podrían intercambiar experiencias pedagógicas y trabajar en las problemáticas específicas de la institución".

Luego de los encuentros se llegó a la conclusión de que sería imperioso realizar acuerdos de planificación. Entre los ejes más significativos, una supervisora comentó que "sería necesario buscar experiencias próximas a la realidad de los alumnos, que tomen como punto de partida sus conocimientos y tengan en cuenta los conocimientos informales, según los acuerdos que se hayan realizado en el Proyecto Educativo Institucional (PEI)". Ello podría llevarse a cabo mediante una selección de situaciones significativas para los niños, que estén relacionadas con actividades reales desarrolladas en la escuela o en su contexto (organización de eventos, rifas a cargo de distintos años, vidrieras de barrio, etc.) y también realizando o revisando las secuencias de los distintos contenidos.

Asimismo, este docente evaluó que la capacitación permitió "trasladar a las aulas mejoras en las prácticas docentes" y que, principalmente, "optimizó la disposición de los alumnos frente a los desafíos planteados por el área". Este capacitador concluyó que las situaciones propuestas motivaron fuertemente a los alumnos porque "todos pudieron acercar una propuesta válida para la resolución de las distintas situaciones con los conocimientos que poseían y aprender otras nuevas con el aporte de los otros niños".

En el marco del Proyecto FEM se decidió que, en los encuentros de capacitación, se retomaran los aspectos y dinámicas que involucrara cada instancia del Desafío matemático, como una manera de revisar las prácticas docentes. En buena medida, las mejoras mencionadas en dichas prácticas produjeron cambios en los niños.

Primeras evaluaciones: implicancias del fortalecimiento de la enseñanza de la matemática en la EPB

Se presenta un tramo de un informe que elaboró una capacitadora integrante de un equipo técnico regional, en el que rescata los aspectos involucrados en la experiencia del diseño del Segundo Encuentro de capacitación en el marco del Proyecto FEM, realizado por supervisoras y asistido por la capacitadora.

Según se había acordado en la primera reunión, las supervisoras escolares se abocaron a la elaboración de las herramientas de evaluación que servirían como insumos para el análisis de diversos aspectos involucrados en el Desafío áulico. Para ello, se propusieron algunas actividades disparadoras que resultaron relevantes para trabajar ideas que los docentes, directivos y supervisores debían conocer acerca de:

- la gestión de la clase;
- los procedimientos infantiles de resolución;
- la exposición oral de la resolución de cada pequeño grupo;
- la elección de los alumnos representantes y de la resolución que representaría al grupo de aula y a la institución;
- los aspectos que resultaron "los mayores aciertos";
- los aspectos necesarios a mejorar.

Cada una de estas dimensiones de análisis fue caracterizada y ajustada con el objetivo de elaborar el instrumento de indagación que usarían los supervisores. Asimismo, a efectos de validar la pertinencia de las facetas seleccionadas, el documento fue enviado a cada escuela para que fuera respondido por los equipos de directivos y de docentes de cuarto año. En el Segundo Encuentro de Fortalecimiento de la enseñanza de la matemática se previó una puesta en común de lo que cada escuela consideraba más relevante para compartir con el resto de los equipos del área de otras escuelas, evitando el relato de anécdotas.

Otra de las capacitadoras, luego de haber realizado numerosas intervenciones en encuentros y visitas a escuelas en el marco del Proyecto FEM, consideró una serie de aspectos que resultan valiosos insumos para la evaluación del trabajo desarrollado. Entre los aspectos más relevantes que rescata esta supervisora se realizan las siguientes caracterizaciones:

Emerge una interacción diferente entre pares en la que se rescata que a la vez que la Capacitación promueve el interés por este tipo de experiencias, fomenta un clima de trabajo en el que es posible revisar las prácticas y asumir responsabilidades. En un encuentro, mientras se valoraba la importancia de los nuevos enfoques para la enseñanza de la matemática y se hablaba del valor de las prácticas innovadoras con fundamento, una maestra dijo que, para ella, "una golondrina no hace primavera", agregando que "es sabido que hay muchos docentes que no se capacitan o que, en las clases de capacitación, solo están presentes uno o dos docentes por institución". El comentario avivó la discusión y provocó que el resto de los participantes también se animaran a hablar. Si bien muchos docentes estaban de acuerdo, otros tantos dijeron que la experiencia los había motivado para compartir y discutir con sus colegas y que había generado un despliegue de aspectos positivos tanto en relación con la disciplina como con aspectos actitudinales. Los docentes dijeron que estaban sorprendidos ya fuera porque "las compañeras preguntan de qué se trata *ese tema* de la resolución de problemas"; "si sé secuenciar"; "qué estamos haciendo con el Desafío"; "también intercambiamos materiales, discutimos la formulación de los planteos, si estos involucran o no la solución, y otros temas".

Se generan prácticas basadas en un enfoque compartido. Algunos docentes comentaban que, antes del Desafío, "en la escuela era común escuchar comentarios como "al director no le gusta el desorden"; "mi directora no quiere que haya bochinche en el aula" o "si viene la inspectora, deben estar todos quietos". Por ejemplo, comentó que tuvo que hacer muchos esfuerzos para cambiar su forma de trabajo y poder implementar el enfoque de la resolución de problemas. Comentó que "un día, mientras desarrollaba la secuencia didáctica de Irma Saiz, el *Rompecabezas fraccionario*, en una clase de cuarto año, entró la directora al aula y le dijo: "¿Tanto lío para enseñar una fracción de *tres cuartos*?". Otra maestra comentó una experiencia similar: "en una oportunidad había planteado la problemática sin intenciones de darles la respuesta a los chicos, pero la directora, que entró al aula, les dijo el resultado". Sin embargo, la oportunidad de que tanto las maestras como los equipos de directivos y de supervisión hayan compartido y vivenciado las experiencias de capacitación, es valorado positivamente, y dicen: "es importante contar con criterios de agrupamiento, poder articular los momentos de trabajo individual, de parejas pedagógicas, de pequeños grupos o de grupo general, según las actividades a llevar a cabo".

Se recuperan y revalorizan documentos de trabajo, espacios y tiempos en la institución. Una capacitadora comentó que en diversas ocasiones *rescató* de estantes o cajones documentos y libros que no habían sido entregados a escuelas ni docentes y que habían quedado "demorados" en distintas oficinas como, por ejemplo, en la Sede de Inspectores. En este sentido, se recomendó la lectura de esos libros, publicados por la DGCyE con el objetivo de promover la capacitación y apoyar las prácticas docentes y se instó a los docentes a que busquen los materiales curriculares y los textos que oportunamente les fueron entregados a las instituciones –algunos docentes, habían comentado que estos materiales estaban archivados en la Dirección, en carpetas, junto con todas las circulares del sistema educativo–. En cambio, en los encuentros y durante las entrevistas, los docentes se interesaban por la bibliografía del área. Algunos comentaron que después de una capacitación hicieron un recuento de las obras que tenían en la escuela y organizaron un lugar especial para que todos los docentes accedieran cuando lo creyeran conveniente, en particular, en las horas especiales. En el mismo sentido, en otras instituciones "se han preparado carpetas específicas para la sala de maestros, para que todos los docentes pudieran consultarlas". En otros casos, "la directora elaboró un cuestionario orientador para que los maestros complementen la lectura".

Se valora la presencia en las escuelas y **el seguimiento de la marcha del proyecto**; ello ha impactado positivamente en el Desafío y en los encuentros de capacitación. Los docentes y directivos se sorprenden de que alguien ajeno a la institución se preocupe por sus acciones, valore el trabajo realizado y disponga de un tiempo para escuchar y ayudar.

La proyección a otros ciclos se hace visible en las entrevistas, en las consultas sobre las decisiones institucionales acerca del proyecto Desafío. En algunos casos, indican que lo hacen solo en cuarto año; otros comentan que en sus escuelas lo han llevado a cabo en todo el segundo ciclo de la EPB, y también existen instituciones que lo realizan en primero, segundo y tercer ciclo. En el momento de las entrevistas que se hacen en las escuelas tanto con capacitadores como con supervisores vale la pena preguntar qué proyecciones se pueden tener; en general, se ha visto que lo han ampliado a otros cursos, ya que se ha sembrado la idea de que se puede trabajar con la resolución de problemas en toda la escuela. En este sentido, el Desafío matemático se puede pensar como una "excusa" para llevar a cabo la implementación del enfoque, para que todos se animen a probar una manera distinta de trabajar con la matemática.

La multiplicación de las acciones de capacitación

Aquellos docentes que por diferentes razones no pudieron asistir a la capacitación (es decir, cursarla de modo "presencial") fueron los destinatarios de la multiplicación de la experiencia que promovieron directivos y pares que habían asistido a esos encuentros. Aunque con los matices propios de cada institución, las conclusiones que pudieron obtenerse en esas instancias son alentadoras, como lo muestra este fragmento extraído del relato de una referente en el que una docente hace mención a las implicancias del desarrollo del Desafío matemático en el aula, la lectura del material "Aportes para el fortalecimiento de la enseñanza de la matemática en la EGB" y la repercusión que ambos tuvieron en la institución en el sentido de complemento y potenciación.

> "[...] el material es excelente, muy claro, accesible, con mucha aplicabilidad en el aula. Los docentes pudieron leerlo sin dificultades, les ayudó a superar algunos obstáculos que se habían presentado en el área, a nivel institucional".

La docente comentó que para que el material estuviera accesible a todos los docentes de su institución, había implementado "la misma manera que utilizó el inspector con nosotros, es decir, un desarrollo por partes. La lectura se acompañó con trabajos prácticos de análisis, elaboración de enunciados de problemas, organización de secuencias, puesta en práctica de problemas con los alumnos y registros de las clases". Luego, con respecto a los cambios que había motivado la capacitación, expresó:

> "[...] he notado que [los docentes] han hecho una mejor lectura que otros años y que comienzan a hablar de los distintos procedimientos de sus alumnos, de lo contentos que están al trabajar de esta forma. Es un gran adelanto con respecto al año pasado".

La importancia de los registros de clase

En el contexto del Proyecto para el Fortalecimiento de la enseñanza de la matemática, uno de los propósitos con respecto a las prácticas docentes consiste en resignificar los registros de clase como herramientas e insumos para planificar acciones y diseñar clases futuras. Cuando el equipo técnico central solicitó que se construyeran y enviaran estos documentos de las clases que constituyeron las diferentes etapas de los desafíos, los docentes pusieron en juego sus saberes particulares. Así, apareció una interesante variedad de estilos de registro en los que variaban ampliamente los modos de comunicar las experiencias realizadas. Este aspecto brindó insumos a los miembros del equipo técnico central para analizar los formatos y discutir acerca de si había necesidad o no de establecer un tipo único, que permitiera encontrar rápidamente determinadas informaciones. Si bien aún no se ha tomado una decisión acerca de cuál es el modelo de registro más apropiado, se reproduce el siguiente esquema ya que es lo suficientemente completo como para inferir qué sucedió en la clase (tiene encabezamiento completo –aunque en este caso se omite esa información de acuerdo con el criterio de valoración anónima de las experiencias–; está esquematizado de modo tal que permite ingresar aspectos de las intervenciones del docente y de los alumnos –doble columna–; permite detallar con mayor profundidad los aspectos que resulten más importantes o estratégicos –tanto del docente como de los alumnos–).

Registro de clase realizado por dos docentes

Se presenta a todos los participantes, la docente solicita que los alumnos se ubiquen de manera que queden conformados grupos con participantes de distintas escuelas. Quedan establecidos cuatro equipos, uno de cuatro alumnos y el resto de tres.

Les entrega la problemática con una hoja en blanco para que la desarrollen.

Docente	Alumnos
Les voy a leer el problema (lo lee) Ahora pónganse a trabajar en forma individual.	Leen nuevamente el problema en silencio
	Fabiola: ¿se pueden poner todas las posibilidades?
Por supuesto que sí.	Blas: tengo que ver cuánto dinero pone cada uno (Piensa en voz alta)
	Matías: (observa a sus compañeros de mesa)
	Luis 1: (dibuja)
	Luis 2: (mira a su alrededor)
	Tomás: (observa a sus compañeros)
	Agostina: (realiza una división 18:3)
	Constanza: (dibuja monedas y piensa)
	Blas: (termina rápidamente, callado espera)
Luego de que cada alumno concluyó, comienza el trabajo en grupo. Los equipos mantienen el orden del principio. La docente los incita a interactuar haciéndoles recordar la metodología utilizada en el Desafío áulico.	
	Grupo 1: Evelyn, Elisabeth, Kevin Evelyn aclara dudas ayudada por Elisabeth y Kevin
	Grupo 2: Fabiola, Carolina y Mariano Miran sus trabajos y los comparten dándole lectura.
	Grupo 3: Blas, Agostina, Constanza (este espacio no se propicia...)
El docente consideró importante que cada alumno explicara su procedimiento.	
	Carolina: explica que primero resuelve cuánto dinero tenían que repartir realizando 18 : 3 3 billetes de $2; 4 monedas de $1 y 1 billete de $2; 12 monedas de $0,50.
	Elisabeth: dibuja a los tres amigos y va poniendo a su lado las opciones (varias).
Observa que nadie utilizó monedas de $0,10 y $0,05. Les propone buscar y escribir todas las posibilidades.	
	Desde sus lugares van diciendo: • 1 billete de $5 y 10 monedas de $0,10 o 1 billete de $5 y 20 monedas de $0,05. • 1 billete de $5 y 4 monedas de $0,25. • 2 billetes de $2 y 2 monedas de $1; 2 billetes de $2 y 4 monedas de $0,25; 8 monedas de $0,25. • Corrigen. • 1 billete de $2 y 40 monedas de $1. • 1 billete de $5 y 20 monedas de $0,05.

¿Se les ocurre alguna opción más?	Comienzan nuevamente con otras opciones.[1]
¿Y con monedas solas? ¿Cómo podrán realizar las combinaciones?	
	Entre todos explicitan: 60 monedas de \$0,10; 120 de \$0,05; 6 de \$1; 12 de \$0,50; 2 de \$1; 4 de \$0,25 y 2 de \$0,50; 4 de \$1 y 4 de \$0,50; 30 de \$0,25.
Les hace notar el error comparando con 12.	Se dan cuenta que son 24. Siguen explicitando. 5 monedas de \$1 y 2 de \$0,50.
Hace notar cuántas opciones tenían para formar un mismo valor.	
Eligen a Kevin porque fue quien más opciones explicitó en forma verbal.	

Con respecto a los registros enviados desde los distritos se observaron las siguientes generalidades:

- existen concepciones dispares acerca de lo que es un registro de clase y para qué se hace;
- en casi todos los casos no se indica el encabezamiento que permite identificar el contexto de la experiencia;
- no se indica quién es la persona que registra, información que resulta de suma importancia para analizar el registro –no es lo mismo que el registro lo realice un docente, un capacitador, un director o un supervisor, aunque se trate de la misma clase–.
- no es posible, en todos los casos, inferir información de las intervenciones del docente durante todo el desarrollo de la clase;
- en la mayoría de los casos, las intervenciones del docente quedan pautadas solamente en el momento de inicio de la clase cuando la docente presenta el problema y da las consignas de trabajo;
- de la lectura se infiere que no se respetaron las pautas para la realización del Desafío: en la instancia individual hubo chicos que no pudieron resolverlo y rápidamente se los agrupó. Esto llevó a que los alumnos que ya habían resuelto el problema fueran los elegidos para la presentación grupal, solo porque lo tenían hecho;
- no se explicitan los criterios para formar los grupos. En ocasiones, de la lectura se infiere que hubo grupos que tenían el mismo procedimiento, por ejemplo, dibujos, con lo que las cuestiones que pudieron confrontar, discutir, argumentar o defender fueron escasas;
- la mayoría de los registros pusieron el acento en:
  - contar lo que hacían los chicos sin detallar los procedimientos;
  - hacer una lista de instrucciones con lo que tenían que hacer los niños, que eran las pautas dadas para el Desafío;
  - se infiere de sus lecturas que se presentan escasas oportunidades de trabajo grupal en las clases de matemática. Esto se observa, por ejemplo, en la dificultad al momento de elegir los procedimientos grupales.

[1] Estas opciones fueron detalladas en las doce producciones de los alumnos que se presentaron en el capítulo 1.

En la Capacitación para docentes coordinada a partir del Desafío matemático provincial 2005,[2] una referente de Matemática para Inicial y EPB presentó la propuesta "Un posible abordaje del registro y del análisis". En este trabajo, la autora considera que "la práctica áulica del docente como objeto de conocimiento constituye el eje vertebrador de su formación continua" y que ese registro, es tan solo un instrumento para promocionar una "articulación dialéctica entre los saberes teorizados –generalmente propios del discurso oral– y los saberes prácticos, llevados realmente al aula".

La referente explicó que el objetivo es "tender a procesos de reflexión sistemática sustentados teóricamente –según los marcos presentados jurisdiccionalmente–, para contribuir con el desarrollo de competencias docentes de intervención áulica que promuevan la construcción significativa de aprendizaje matemático por parte de todos los estudiantes a cargo".

Algunas producciones para el aporte bibliográfico

- Aportes para el Fortalecimiento de la Enseñanza de la Matemática

- Desafío Matemático 2005 (versión preliminar).

- Bello y otras, "Una alternativa para la transformación de la Práctica Pedagógica: la observación docente", en Revista *Lectura y vida.* Año 14 – Nº 1 1993 [soporte digital].

- Alen, Beatriz, "El registro de experiencias como instrumento de perfeccionamiento docente" [soporte digital], 1996.

- Guillermo Golzman y Olga Záttera, "El lugar del registro en la capacitación", material para capacitación EGB 2004 de supervisores tutores de escuelas rurales.[soporte digital].

A continuación, se presentan actividades que pueden ser útiles a modo de guía, de sugerencia u orientación, descontando la optimización de cada acción con la inclusión contextualizada que cada capacitador aportará acorde a su realidad.

Registro en general

- Argumente por qué se considera relevante el registro de las prácticas áulicas en el área de matemática.

- Explicite posibles previsiones que podría realizar antes de solicitar registros áulicos a los directivos/docentes.

- Señale qué debilidades pueden presentarse al proponer el registro de prácticas áulicas a los directivos/docentes.

- Acuerde un posible abordaje para superar dichas debilidades detectadas con anterioridad.

[2] Llevado a cabo en la ciudad de La Plata en marzo de 2006.

A partir del registro de docentes

- ¿Qué componentes observa que presenta el registro que está analizando?
  Preguntas que ayudan a la búsqueda, el registro explicita:
  - escuela
  - curso
  - fecha
  - horario de desarrollo de la clase
  - nombre/función de quien registra
  - área
  - contenido de enseñanza
  - material didáctico empleado
  - cuántos
  - quién lo usa
  - cantidad de alumnos
  - organización grupal
  - momentos de la clase
  - debate
  - distractores/dificultades
  - acuerdos alcanzados

- ¿Cuáles faltan? ¿Cuáles pueden resultar ser las causas de dichas omisiones? Ordénelas de menor a mayor complejidad para su tratamiento posterior.

- Escriba la devolución/asesoramiento que realizaría al docente autor del registro.

- Luego de la lectura completa del registro de la clase, ¿qué concepción de enseñanza de la matemática subyace? Argumente/ejemplifique su respuesta.

A partir del registro y análisis del Desafío matemático provincial

- Nombre los elementos propios de un registro que observa en el registro del Desafío matemático provincial.

- La situación problemática:
  - ¿qué red de conceptos matemáticos involucra?
  - ¿qué requiere de los chicos la resolución del mismo?

- Señale en el texto con color las intervenciones del docente.

- ¿A qué tipo de intervención corresponde cada una de las señaladas? Argumente su elección.

- Señale en el texto con otro color los agrupamientos de los niños según los momentos de la clase. Justifique su elección.

- Los procedimientos de resolución presentados en los afiches por los representantes de las 25 regiones fueron de tipo numérico. Explicite otros posibles procedimientos de resolución factibles de ser empleados por otros pares que no participaron del encuentro en la ciudad de La Plata.

- Señale en qué párrafos usted reconoce la promoción de actitudes democráticas presentes en el registro.

- De acuerdo con los procedimientos de resolución detallados: ejemplifique cada uno con otros propuestos en las réplicas llevadas a cabo en las escuelas urbanas de la provincia de Buenos Aires del problema a resolver en la instancia provincial.

- Seleccione (de un curso completo) aquella resolución que considere como la más experta y la menos experta. En cada caso argumente su elección.

- Los dos obstáculos explicitados, ¿fueron vivenciados en la réplica del problema observado por usted? Explicite cada uno.

- Revea sus respuestas considerando la lectura del Capitulo 1.

Relato de la experiencia de una docente a partir de la capacitación

Una referente del Proyecto Fortalecimiento de la Enseñanza de la Matemática registró la observación que había realizado del trabajo de una docente de cuarto año que, si bien por su formación, conocía el enfoque había aprovechado la capacitación para replantear sus prácticas con miras a mejorar sus intervenciones en este marco.

> [...] Al preguntarle cuál era su apreciación del material y la línea de trabajo a partir de la resolución de problemas, la docente expresa que el enfoque de resolución de problemas ya lo había trabajado en la carrera docente, pero que la lectura del material le sirvió para aclarar conceptos y dudas, y que la había motivado para seguir trabajando de esta manera. Luego presencié la clase en la que presentó uno de los problemas del módulo.
> Me enseñó cómo la había preparado, observé las previsiones didácticas realizadas: el problema seleccionado, los contenidos que pensaba trabajar, agrupamientos, objetivos y posibles procedimientos de los alumnos.

La observadora registró que la docente había armado grupos de 4 alumnos y entregó a cada uno de ellos una fotocopia con el enunciado del problema. La situación que se planteaba era la siguiente:

> En una casa de comidas se venden sándwiches de fiambre y queso con un condimento. Para elegir tienen: 3 tipos de pan (francés, pebete o salvado); 3 fiambres (jamón, salame o mortadela); 2 variedades de queso (de máquina y/o untable); 4 condimentos (mostaza, mayonesa, ketchup o salsa golf). ¿Cuántos sándwiches distintos se pueden armar?.

La docente leyó en voz alta el problema e invitó a los alumnos a resolverlo. Cada uno comenzó a hacerlo en forma individual. Inmediatamente un alumno informó que había terminado. La docente se acercó y le pidió que explicara lo que había hecho. El niño explicó que había multiplicado 3 x 3 porque eran 3 tipos de pan y 3 tipos de fiambre, al resultado lo multiplicó por 2 porque eran 2 variedades de queso y luego había hecho 18 x 4, porque eran 4 los condimentos. Le dio como resultado 72 sándwiches. Una alumna le preguntó a la maestra si se podía dibujar, la docente le dijo que sí. Otra alumna terminó y lo explicó igual que como lo había hecho el niño. Hubo alumnos que sumaron las cantidades que había en el problema. Otros dibujaron, pero sin llegar al resultado. Luego, la docente les propuso que dialogaran entre ellos y eligieran un procedimiento para comentar a los otros grupos.

Los grupos llegaron a las siguientes conclusiones:

- Un niño del primer grupo explicó que multiplicaron 3 x 3 (panes por fiambres); que multiplicaron 2 x 4 (2 clases de queso por 4 condimentos). El resultado fue 72.

- Otro, del segundo grupo contó que hicieron 3 x 4; 12 x 2 y 24 : 4. La docente les preguntó por qué habían hecho 24 : 4. Una integrante de este grupo contestó que no sabía, por lo que la docente la estimuló a seguir pensando.

- El tercer grupo explicó lo mismo que el primero.

- Gustavo, del cuarto equipo, dijo que no habían hecho cuentas y le mostró la hoja [un primer inicio del diagrama de árbol], habían puesto la letra S. De ahí partían 4 flechas con las letras M; QM; M y S. Luego escribieron otra S con otras 4 flechas y las letras S; PF; QU y M y, por último, otras S y las flechas P; J; QM y K. La docente preguntó al resto qué era lo que no habían usado. El niño contestó que no usaron salsa golf.

Luego la maestra escribió en el pizarrón un diagrama de árbol y les preguntó si se parecía al que habían hecho los alumnos del grupo 4 –todos dijeron que sí– y continuó con el problema, explicando que al leerlo habían visto que los sándwiches se podían comer con 2 tipos de queso, de máquina y/o untable. Preguntó si debían usar la *y* o la *o*. Un alumno dijo que debían usar la *o* porque se multiplicaba por 2, "si ponemos la *y* usamos sólo una opción", concluyó.

Por último, la docente preguntó cuál era el resultado del problema. Un grupo contestó que se podían hacer 72 sándwiches.

En este registro puede observarse un trabajo adecuado del docente desde el comienzo de la preparación de la clase (las previsiones didácticas realizadas, el problema seleccionado, los contenidos para trabajar, los objetivos, los posibles procedimientos de los alumnos y los agrupamientos) y en su desarrollo –cuando propone que los alumnos expliciten sus procedimientos–. Por otra parte, interviene durante la clase con miras a alcanzar los objetivos que se ha planteado, reencauzando la discusión, rescatando cuestiones que considera de importancia, manteniendo cierta incertidumbre sobre la solución, lo que sostiene adecuadamente la intensidad del trabajo en el aula.

Otra intervención destacable resulta de analizar el momento en el que propone que se agrupen para que confronten sus procedimientos y acuerden la forma de exponerlo: "la docente les propone que dialoguen entre ellos y elijan un modo para comentar con los otros grupos". Esto permite que consideren otros procedimientos diferentes al propio, con el objetivo de enriquecer su punto de vista. Se puede decir que hace una pequeña institucionalización[4] parcial cuando retoma la utilización del diagrama de árbol propuesto por un equipo. Puede agregarse que la docente propuso luego una comparación de los diferentes métodos para que se puedan interpretar unos en términos de otros.

Otro aspecto interesante de la intervención es el tratamiento del error que había cometido la niña del segundo grupo. En ese caso, la maestra no le marcó, sino que le preguntó para que la alumna lo registrara, siguiera pensando y pudiera superarlo.

Se trata de una docente activa y comprometida y de alumnos movilizados por la propuesta, que toman a cargo la tarea porque les resulta significativa.

[4] Momento en el cual el docente destaca las producciones valiosas de los alumnos estableciéndolas como provisoriamente válidas y los alumnos tienen la oportunidad de comparar las producciones propias con la "oficializada" por el docente

3 Las intervenciones del docente

En las clases de matemática, una de las debilidades de la enseñanza se encuentra en la esfera de las intervenciones docentes. En este capítulo se intentará aclarar algunas cuestiones al respecto aunque, de todos modos, quede mucho por trabajar en este sentido.

<a bando, filete>
¿Por qué hablamos de las intervenciones del docente en los distintos momentos de la clase? ¿Qué importancia tienen estas intervenciones? ¿Todas las intervenciones tienen la misma función? ¿De qué dependen?

En toda clase de matemática se presentan distintos momentos de trabajo; así, mientras el alumno realiza diferentes tareas, el docente efectúa intervenciones. Estos momentos tienen particularidades que distinguen a unos de otros y exigen mediaciones didácticas con diferentes especificidades o funciones. Un muy buen recurso para estudiar estas intervenciones es el registro de lo que pasa en una clase.

Este registro escrito, tal como se expresó en el capítulo 2 es un instrumento que promueve la reflexión sobre las prácticas propias y ajenas desarrolladas en el aula. Al hacerlo, se deben considerar ciertos aspectos que permiten, a quien lee y analiza el registro, saber qué es lo que pasó en la clase, por qué se organizó de esa forma y cómo se tiene pensado continuarla. Los aspectos a tener en cuenta tienen que ver con tres momentos clave: las previsiones didácticas antes del desarrollo de la clase; el desarrollo de la clase y el análisis de lo que haya sucedido en el encuentro. A continuación, se detallan las características de cada momento.

Previsiones didácticas

Antes de desarrollar una clase, el docente realiza ciertas anticipaciones o previsiones que son determinantes del éxito o no de la clase. Estas son, entre otras, la selección del problema a trabajar; el tipo de agrupamiento (individual, en parejas o en grupos); los contenidos; las consignas; los recursos; los posibles procedimientos de los alumnos; los saberes con los que deben contar para poder abordar la problemática; lo que se debería institucionalizar; lo que se espera que logren y las posibles intervenciones docentes.

Desarrollo de la clase

Durante el desarrollo de la clase, se realizan acciones e intervenciones más o menos regulares que, de alguna manera, conviene registrar. En las líneas siguientes, se propone un esquema que puede ser tomado en cuenta para elaborar los registros de clase.

- intervenciones del docente en distintos momentos;
- interacciones de los alumnos entre sí;
- intervenciones de los alumnos;
- producciones de los alumnos;
- cómo fueron evolucionando las producciones de los niños desde la instancia de trabajo individual hasta la grupal;
- qué criterios utilizó el docente para realizar los agrupamientos;
- cuáles fueron las decisiones en cuanto a los procedimientos elegidos por los alumnos.

Análisis de lo sucedido después de concluida la clase

La lectura del registro de la actividad permite al docente *volver a mirar* cada una de las previsiones realizadas y lo que pasó durante la clase para realizar un análisis de lo sucedido. Esto le permitirá tomar decisiones sobre qué aspectos modificar, rever, agregar o excluir en las clases posteriores.

Momentos de la clase de matemática: las intervenciones del docente

> ¿Qué momentos componen una clase?
> ¿Qué tipo de intervenciones se pueden realizar teniendo en cuenta los distintos momentos de una clase o una serie de clases?
> ¿Cómo pensar estas intervenciones?
> ¿Cómo analizarlas y reflexionar sobre ellas?

En una clase de matemática o en una serie de clases, se pueden observar diferentes momentos o espacios de trabajo. Para realizar el análisis de las intervenciones didácticas en los distintos momentos se toman como insumo los registros de clase elaborados para las instancias áulica, distrital y regional del Desafío matemático. Esto permitirá analizar algunas de las intervenciones docentes que a continuación se explicitan.

Primer momento: presentación del problema o propuesta de trabajo

El docente realiza las siguientes intervenciones: presenta el problema; enuncia las consignas de trabajo; realiza los agrupamientos pertinentes; reparte las fotocopias; presenta los recursos que se utilizarán; lee en voz alta la consigna; se asegura de que todos comprendan y puedan empezar a enfrentar la situación planteada sin explicitar cómo se resuelve. Algunas de estas intervenciones se vieron en los registros de clase:

> "Entrega a los alumnos una fotocopia y les dice que van a trabajar como lo venían haciendo en los últimos días (la directora había colaborado con esta docente, ayudándola a organizar y dar las clases). Luego, les lee en voz alta la problemática y todos comienzan a trabajar".

Segundo momento: puesta en acción

Este es un espacio de acción principalmente de los alumnos, quienes pueden trabajar de manera individual, en parejas o en pequeños grupos, y requiere de la puesta en acto de los saberes con que los niños cuentan. Los alumnos analizan el problema; proponen estrategias; toman decisiones para organizar la actividad; anticipan y realizan conjeturas. Se produce así un diálogo, una interacción entre el sujeto y la situación.

Las intervenciones que pueden realizar los docentes son aquellas que apunten a que los alumnos tomen como propia la responsabilidad de resolver el problema. Es decir, aquellas que se refieren a que pueda relacionarse con el problema a partir de sus conocimientos, motivado por el enunciado, no por satisfacer al docente. Se cita como ejemplo una situación ocurrida en una escuela durante la visita de una referente del Desafío matemático.

> "[...] observo que en la galería de la escuela hay una gran cantidad de afiches con problemas; es una modalidad implementada a partir del trabajo con el Desafío. Se colocan enunciados de distintos problemas, algunos fáciles, otros con mayor dificultad, los alumnos eligen aquellos que quieren resolver y luego, en cada aula, la docente propone analizar las respuestas a las que llegaron. En ese momento suena el timbre y varios alumnos de segundo año se agrupan frente a los afiches, comentan acerca de la dificultad de los enunciados, decidiendo cuáles van a resolver. Los copian y se sientan en un rincón a trabajar [...]".

Intervenciones que apuntan a las características de los enunciados son aquellas que promueven que se pueda modificar algún aspecto del texto del problema que resulte conveniente. En lugar de explicarles cómo hacerlo, el docente puede realizar algunas alteraciones. Si existen términos desconocidos para los alumnos, puede utilizarlos en otro contexto. Por ejemplo, en un problema del **Desafío distrital**[1] la palabra "aportan" presentó dificultades para su interpretación. Cuando es utilizada en otros contextos (como pudo observarse en los registros de clase) esa dificultad desapareció:

> "Todos aportamos ideas para poder resolver este problema"; "Marta aportó las monedas que le quedaban para ayudar a comprar una plantita para el aula". Lo mismo ocurrió con la expresión "como máximo 6 y como mínimo 3", en el problema del Desafío áulico.[2]

En otras situaciones el docente podrá intervenir de otra manera, por ejemplo, en el caso de una división con números de varios dígitos, proponerles realizar la cuenta con números menos complejos o redondos.

Intervenciones que apuntan a promover y alentar la diversidad de estrategias y procedimientos por parte de los alumnos, es decir, alentarlos a que utilicen estrategias propias de resolución pero sin indicarles cómo hacerlo. Veamos algunas expresiones: "Hay diferentes maneras de hacerlo"; "Recuerden que unos días atrás hicimos otro muy parecido a este"; "Yo encontré una forma de resolverlo, pero hay otras". En el registro de clase de un Desafío distrital, un alumno, en la instancia

[1] Tres amigos deben reunir $18 para realizar un paseo, aportando partes iguales. Uno de ellos sólo tiene billetes, el otro, billetes y monedas y el tercero, monedas solamente. ¿Cómo habrán aportado el dinero cada uno de ellos?

[2] Un nuevo álbum de figuritas de animales tiene 10 páginas. En total hay que pegar 50 figuritas distintas. En cada página se pueden pegar como máximo 6 figuritas y como mínimo 3. El álbum tiene 4 páginas en las que hay que pegar exactamente 6 figuritas en cada una y no hay ninguna en la que se vayan a pegar exactamente 4 figuritas. ¿En cuántas páginas se pegan solamente 5 figuritas y en cuántas, solamente 3?

individual, llegó a esta solución para el problema: el primero de los amigos ponía 3 billetes de $2; el segundo, 2 billetes de $2 y 4 monedas de 50 centavos y el tercero, 12 monedas de 50 centavos. La docente le preguntó si esa era la única solución o si era posible que los amigos aportaran de otra forma.

En la instancia grupal, luego de que cada grupo explicitara cómo lo había resuelto, la docente, observando que nadie había utilizado monedas de 10 y 5 centavos, les propuso buscar y escribir otras posibilidades. Se relata otro ejemplo que se dio en la instancia grupal, en el problema del Desafío regional".[3]

> Docente: Entonces Pedro, ¿qué compró la mamá?
> Alumno 1: 3 chicles, 3 chocolates y 3 alfajores
> Docente: ¿A todos les dio igual?
> Alumna 1: No, a nosotros nos dio $2 y a Pedro no
> Alumno 2: Acá dice que no quiere gastar más de $2, pero puede gastar menos de $2. Está bien, es otra opción.
> Alumno 1: A mí me da $1,80
> Alumna 2: Claro, está bien.
> Docente: Es decir, cada uno encontró una solución distinta. ¿Puede haber otras? Discútanlo.

Intervenciones que apuntan a proponer estrategias para que los alumnos puedan tomarlas como iniciadoras de su resolución. Es frecuente escuchar que los chicos dicen que no les salen los ejercicios; que no saben cómo hacerlos o que le preguntan a la maestra qué tienen que hacer. En estas situaciones, el docente puede proponer una estrategia menos avanzada con respecto a otras. Por ejemplo, preguntarles si dibujar les sería de ayuda o una estrategia útil para pensarlo. Esta intervención se realiza con el fin de que puedan imaginarse, de alguna manera, la situación, no como condición previa a una resolución numérica. "Los procedimientos de resolución no se inician necesariamente con una representación gráfica ya que, al contrario de una idea bastante difundida, la resolución de los problemas no sigue necesariamente una progresión desde resoluciones concretas a representaciones gráficas y, finalmente, representaciones simbólicas".[4]

Esta intervención pretende que los alumnos que se encuentran *paralizados* frente a la situación, comiencen a trabajar. Este tipo de intervención se vio frecuentemente en los registros de clase del Desafío áulico, cuando la docente sugería dibujar, por ejemplo, las figuritas y el álbum.

Tercer momento: comunicación

En este momento se dan las interacciones entre los alumnos y de estos con el docente. Es un momento que requiere organización y conducción por parte del docente, quien debe considerar momentos de discusión, confrontación y reflexión de lo que enseña. "Le corresponde al docente (Ermel, 1995) sacar a luz, –explicitar o hacer público– hacer circular, y si es posible, analizar y someter a discusión para toda la clase las producciones de un alumno o grupo de alumnos. Es el momento de comunicar los procedimientos y resultados, difundirlos, intentar comprender las producciones de otros, compararlas. Poder construir aquellas que parecen más eficaces, valorar los aspectos más positivos de las diferentes producciones, considerar cuán generalizables son a otras situaciones, confrontarlas, cuestionar, difundir las diferentes proposiciones utilizando argumentos vinculados

[3] En el kiosco que está al lado de la escuela venden cada alfajor a $0,25; chicles a 0,5 centavos cada uno y chocolates a 0,30 centavos cada uno. Una mamá que pidió al kiosquero 3 chicles, decide agregar a su compra de las otras dos golosinas, pero no quiere gastar más de $2. ¿Cuál puede ser la compra realizada por esta mamá?

[4] Quaranta, María Emilia y Wolman, Susana, "Discusiones en las clases de matemática. ¿Qué, para qué y cómo se discute?", en Panizza, Mabel (comp.), *La enseñanza de la matemática en el Primer Ciclo de la EGB*. Buenos Aires, Paidós, 2003.

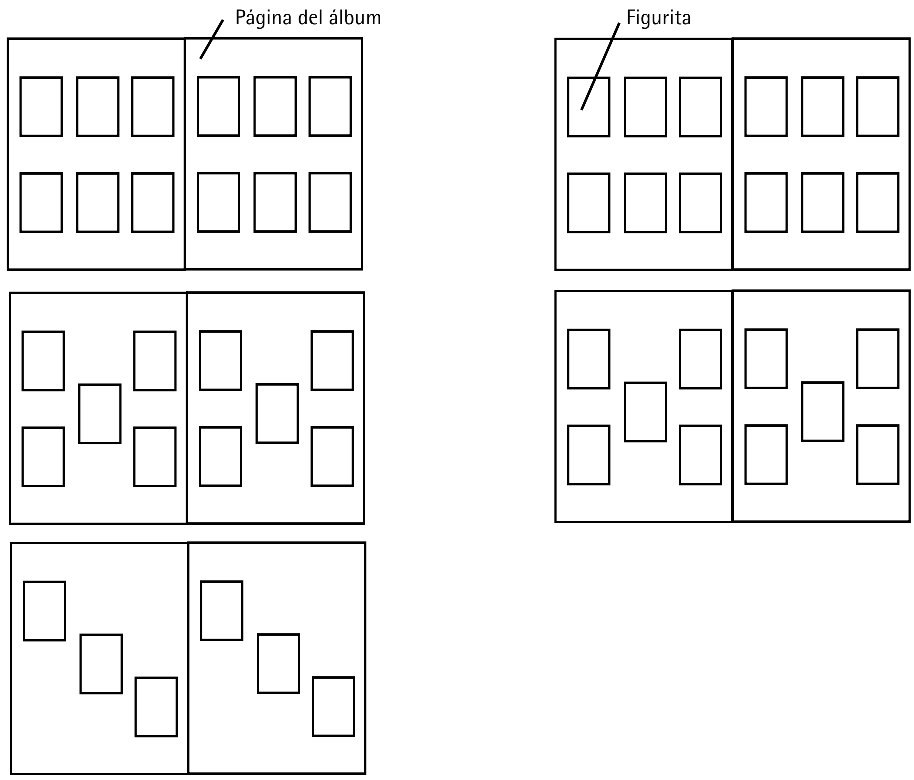
con los conocimientos matemáticos en cuestión que permiten resolver ese problema. No se trata de que cada alumno cuente cómo lo resolvió. Esto haría la clase muy aburrida y tediosa, ya que escuchar interminables relatos de lo mismo no aportaría al objetivo planteado".[5]

Los alumnos o grupos de alumnos presentan los procedimientos al resto de la clase pero también pueden considerar procedimientos diferentes a los propios, es decir, descentrarse de la solución que ellos habían pensado y concebir otras posibles. También podrán apropiarse de modos de resolución diferentes de los que ellos pudieran desarrollar hasta el momento.

Intervenciones que apuntan a hacer conocer a todo el grupo los distintos procedimientos y estrategias que permiten resolver un problema, por ejemplo, promover que los alumnos cuenten sus procedimientos para resolver la situación propuesta, permitiendo un abanico de "modos de resolver", desde los procedimientos de menor complejidad hasta los más avanzados.

Se puede ver lo que sucedió en un encuentro del Desafío áulico. El docente les propuso a los grupos comentar las distintas producciones (aquí se muestran dos).

Grupo 1



Grupo 2

4 x 5 = 20 4 x 6 = 24 2 x 3 = 6
(6 x 4) + (3 x 2) + (5 x 4) =
24 + 6 + 20 = 50

Grupo 3

6 x 4= 24 50 – 24 = 26
24 + 10 = 34 + 5 = 39 + 3 = 42 + 5 = 47 + 3 = 50[6]
4 x 6 = 24 4 x 5 = 20 2 x 3 = 6

[5] Grupo de investigadores franceses en la Didáctica de la Matemática.
[6] La cadena de igualdades es incorrecta.

Intervenciones que apuntan a comparar procedimientos, centrando la comparación tanto en la economía como en la fiabilidad de los procedimientos, en las que se trata de encontrar diferencias y similitudes entre unos y otros y focalizar la atención en las relaciones que se dan entre ellos. El docente debe incitar a comparar las producciones. Es generalizable que los alumnos afirmen que "la [cuenta o producción] más larga es la más fácil" y, aunque esta aseveración contraríe la idea de la economía propia del algoritmo, es necesaria en la construcción del significado. Para los alumnos, "más fácil" muchas veces equivale a "más comprensible" o "más transparente". Lo más fácil o lo más difícil, desde el punto de vista de los niños, depende de las posibilidades de comprender las producciones en cuestión.

Este tipo de intervenciones, que consisten en comparar procedimientos, se pueden observar en el registro del Desafío áulico a propósito de las diferentes producciones de los alumnos: dibujar las figuritas y el álbum o realizar los algoritmos.

En este caso, si bien la mayoría de los alumnos comprendía los dos tipos de procedimientos, decidieron que los dibujos eran más fáciles para resolver el problema.

Intervenciones que apuntan a analizar los errores de manera conjunta y que toman en cuenta que los procedimientos erróneos dan lugar a un trabajo fructífero, en tanto que exigen análisis y reflexión sobre los conocimientos puestos en juego: poder reconocer porqué una respuesta es correcta o incorrecta o advertir dónde está el error son procesos que demandan una explicitación y justificación en relación con los conocimientos en cuestión. Este análisis no beneficia solo al autor del procedimiento erróneo, sino también a aquellos alumnos que produjeron otras respuestas o procedimientos, tanto equivocados como correctos. Esta intervención puede observarse en un registro de clase del Desafío distrital, cuando la docente les pide que expliciten las distintas maneras en que formaron 6 pesos con monedas como única forma de dinero. Las respuestas fueron:

- 60 monedas de 10 centavos
- 120 monedas de 5 centavos
- 6 monedas de 1 peso
- 12 monedas de 50 centavos
- 2 monedas de 1 peso; 4 de 25 centavos y 2 de 50 centavos
- 4 monedas de 1 peso; 4 de 50 centavos
- 30 monedas de 25 centavos

La docente les hace comparar esta solución con 12 monedas de 50 centavos; es decir, a partir de relaciones multiplicativas y divisivas, logra que los alumnos establezcan relaciones como: "120 es el doble de 60 y 0,05 es la mitad de 0,10"; les propone analizar 30 monedas de 0,25 con relación a 12 monedas de 0,50 para que los alumnos, mediante ese procedimiento, se den cuenta del error. La expresión de Matías resulta representativa, dice: "ahora me doy cuenta, 24 es el doble de 12, entonces, la mitad de 0,50 es 0,25". En otros casos, el mismo docente puede proponer una producción errónea como si hubiese sido realizada por un alumno de otro curso.

Cuarto momento: conclusiones

En esta instancia el docente organiza las conclusiones a las que han arribado los alumnos o grupos de alumnos. Es un momento privilegiado en el que se explicitan los resultados de un trabajo.

Al respecto, Saiz y Parra sostienen que "el docente debe hacer la síntesis del trabajo, afinar o introducir modos de representación del problema o de las soluciones, señalar lo producido y/o lo que queda por hacer. Es un momento relevante y delicado a la vez: para que el discurso del docente tenga sentido para los niños es imprescindible que se apoye verdaderamente en el trabajo de los alumnos. Si ello no ocurre, se estaría frente a la ficción: el docente estaría reconociendo en el trabajo de los niños un saber que realmente no produjeron. Por otra parte, los alumnos deben tratar de establecer cuáles son los aspectos de sus producciones personales que se relacionan con esta explicación del docente. Si no lo hacen, corren el riesgo de recordar aspectos irrelevantes de la situación, que no funcionarán como referencias importantes para nuevas situaciones".[7]

Se consideran aquellas intervenciones ligadas al reconocimiento de algo nuevo que se ha aprendido. Es un momento de la clase donde se produce la consideración "oficial" del objeto de enseñanza por parte del alumno y del aprendizaje del alumno por parte del maestro. Se extraen conclusiones a partir de lo producido por los niños. El docente debe recapitular, sistematizar, ordenar, vincular lo que se produjo en diferentes momentos del desarrollo de la clase a fin de poder establecer relaciones entre producciones de los niños y el saber cultural. Estas intervenciones están ligadas a la institucionalización del saber. La institucionalización la realiza el docente a partir de las producciones puestas en común, aprovechando para introducir vocabulario específico, una forma de trabajo, etc. Como dice Brousseau,[8] el maestro es el responsable de construir y mostrar a los niños las "marcas de avance", cómo esto será nombrado, identificado, considerado y recordado en otro momento. Es la memoria colectiva de la clase. ¿Qué intervenciones puede realizar el docente?

- Pedir que los chicos *registren* o anoten en sus cuadernos la *estrategia* que utilizaron para resolver el problema. De esta forma, cuando la nueva situación lo requiera, pueden ir a buscarla para reutilizarla. Esta anotación puede ser grupal o colectiva y surgiría de aquello que se discutió entre todos. Este registro también puede realizarse en un afiche, que puede dejarse en el aula.

- Proponer el *registro* de una duda o el análisis de un error. Es decir, propone registrar aquellos errores que son muy usuales, repetitivos, frecuentes, típicos. Insta a que la clase discuta el error y que los alumnos lo anoten en sus carpetas o cuadernos porque entiende que el registro del error será lo suficientemente potente como para que los chicos puedan volver atrás cuando la situación lo requiera. En el cuaderno o carpeta quedan anotadas cuestiones muy distintas de las que se acostumbran a ver: ejercicios, correcciones, problemas.

- En la institucionalización el docente propone registrar procedimientos, dudas, conclusiones, análisis colectivo de errores, por ejemplo: "Mañana continuaremos con este problema porque aun no queda claro, veo que tienen algunas dudas. Tomen nota que vamos a seguir trabajando sobre esto" o "el procedimiento que elegimos para resolver esta situación es..."

- Otras intervenciones pueden realizarse para incorporar un procedimiento no espontáneo presentado por el docente: los chicos analizan distintos procedimientos con los que pueden resolver un problema, pero el maestro propone otro para analizarlo (diciendo por ejemplo, que es el producto de otro grupo de alumnos) y, luego, lo institucionaliza. Es decir, se produce la institucionalización de una nueva estrategia no espontánea presentada por el maestro. En el caso de lo observado en uno de los registros del *Desafío distrital*, la docente proponía analizar las posibles respuestas organizadas en un diagrama de árbol, luego lo institucionalizaba.

> "Quienes mejor asumieron el desafío de compartir el rol protagónico con sus niños, quienes pusieron la noción de proceso en el centro mismo de sus prácticas y asumieron que si bien la maestra es quien más sabe, los niños también tienen saberes provenientes de fuentes diversas, y todos (incluida la maestra) pueden seguir su proceso de alfabetización, a condición de que acepten utilizar el tiempo escolar para funcionar 'a su mejor nivel'. Yo he dicho insistentemente que 'un nuevo método no resuelve los problemas'. Pero la reflexión didáctica es otra cosa". Emilia Ferreiro. México, mayo de 2001.[9]

[7] Saiz, Irma y Parra, Cecilia, *Hacer Matemática I.* Buenos Aires, Estrada, 1999.
[8] Investigador francés en Didáctica de la Matemática.
[9] Fragmento de Lerner, D., *Leer y escribir en la escuela: lo real, lo posible y lo necesario.* México, Fondo de Cultura Económica, 2001.